

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

THIAGO ANDRÉ GUIMARÃES

**UMA NOVA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA
DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS COM RESTRIÇÕES
TRIDIMENSIONAIS DE CARREGAMENTO**

CURITIBA

2011

THIAGO ANDRÉ GUIMARÃES

**UMA NOVA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA
DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS COM RESTRIÇÕES
TRIDIMENSIONAIS DE CARREGAMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração: Programação Matemática, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof^a Dra. Maria Teresinha Arns Steiner

CURITIBA

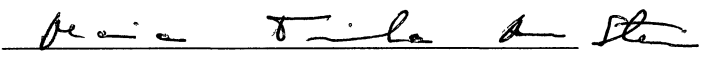
2011


TERMO DE APROVAÇÃO


THIAGO ANDRÉ GUIMARÃES

UMA NOVA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS COM RESTRIÇÕES TRIDIMENSIONAIS DE CARREGAMENTO

Dissertação aprovada como requisito à obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:


Orientadora: Prof^a. Maria Teresinha Arns Steiner, D. Eng.
Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR.


Prof^a. Deise Maria Bertoldi Costa, D. Eng.
Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR.


Prof. Guilherme Ernani Vieira, D. Eng.
Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, PUCPR.

Curitiba, 11 de fevereiro de 2011

DEDICATÓRIA

*Ao meu pai Afonso e à minha mãe Sonia,
fortalezas em minha vida,
dedico este trabalho com todo o meu amor.*

EPÍGRAFE

“La réussite ce n'est pas de la chance, c'est de la persévérance”

Napoleão Bonaparte

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais, Afonso e Sonia Guimarães, que sempre abdicaram de seus sonhos para que eu pudesse realizar os meus. Só pude chegar até aqui porque vocês sempre estiveram ao meu lado.

Agradeço à minha orientadora, professora Dra. Maria Teresinha Arns Steiner, pela confiança depositada em mim, por todo o suporte e constante orientação ao longo deste trabalho.

Agradeço também ao meu amigo, professor MSc. Cassius Tadeu Scarpin, que partilha comigo todo e qualquer mérito que este trabalho venha a ter. Agradeço pela inestimável ajuda durante todo o mestrado, pela amizade verdadeira que sempre tivemos, por todos os conselhos e pela parceria de trabalho frutífera que estabelecemos.

Aos amigos do mestrado que dividiram comigo esses dois anos de dedicação e trabalho: Fábio, Rudinei, André, Iara, Josias, Alexandre, e Luciana. À Lilian em especial, pelo companheirismo, amizade e convivência, e aos amigos do aquário, Maiko e Gustavo. A todos meus sinceros agradecimentos.

Agradeço à querida Maristela, secretária do PPGMNE, pela presteza e bom humor que sempre teve para com todos. Sua presença faz com que o ambiente de trabalho e estudo seja realmente especial.

Agradeço aos amigos do grupo de pesquisa em Desenvolvimento e Evolução de Sistemas Técnicos (DEST), em especial ao Prof. Dr. Víctor Pelaez, pelo convite para atuar em pesquisa acadêmica em economia, o que muito contribuiu para o desenvolvimento desta dissertação.

Não poderia deixar de agradecer aos amigos da Linear Softwares Matemáticos, em especial a Marcelo Elias, pela oportunidade que me deram de trabalhar com pesquisa operacional no setor produtivo, despertando meu interesse de seguir os estudos nessa área.

Agradeço à empresa Softtruck pela disponibilidade da licença temporária e disponibilidade de uso do software CargoWizTM.

À CAPES, pelo apoio financeiro durante os dois anos de mestrado.

E por fim, agradeço a Deus, que não cessa de conduzir e iluminar meus caminhos, sempre sob a luz de sua graça.

RESUMO

O Problema do Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Tridimensionais de Carregamento (3L – CVRP) é um recente avanço da pesquisa operacional para a resolução de problemas logísticos de alta complexidade. O interesse prático reside no transporte e distribuição de mercadorias de baixa densidade, cujo carregamento dos itens deve atender a restrições espaciais, como, eletrodomésticos, componentes mecânicos, móveis, entre outros. O 3L – CVRP também apresenta um grande desafio teórico na medida em que generaliza dois dos mais conhecidos problemas de otimização combinatória: O Problema do Roteamento de Veículos Capacitados e o Problema do *Bin Packing* Tridimensional. A solução do 3L – CVRP requer a determinação de rotas de menor custo para uma frota de veículos de mesma capacidade, de forma que se atenda a demanda de clientes dispersos em uma região. Tal demanda consiste em caixas retangulares que precisam ser carregadas atendendo a restrições operacionais. A resolução integrada implica na evocação iterativa de um método que resolve o problema do carregamento na medida em que o problema do roteamento vai sendo resolvido. Este trabalho apresenta uma nova abordagem para a resolução do 3L – CVRP. O método proposto resolve de forma heurística o problema do roteamento em dois estágios: o primeiro deles consiste em agrupar os clientes conforme sua demanda volumétrica enquanto que o segundo estágio constrói uma rota inicial refinando-a sequencialmente. O problema do carregamento é resolvido por um software comercial com licença *trial*. Foi desenvolvida uma nova estratégia para a integração entre os dois problemas baseada em limites de ocupação volumétrica do veículo. Os testes computacionais foram realizados em três etapas: Primeiramente avaliou-se o desempenho da heurística para o problema do roteamento de veículos capacitados. Testes foram realizados com instâncias clássicas da literatura e comparados com outras abordagens existentes (exatas e heurísticas), produzindo resultados satisfatórios tanto em termos de eficácia, quanto de eficiência. O segundo estágio de testes avaliou o software de carregamento para instâncias referentes ao problema de carregamento de contêineres e o problema do Bin Packing tridimensional. A comparação com outras abordagens existentes aponta um desempenho satisfatório do software. O terceiro e último estágio foi feito sobre instâncias do 3L – CVRP e comparadas com outros trabalhos existentes, produzindo resultados superiores em termos de eficácia para algumas instâncias, dependendo das configurações de restrição de carregamento, com melhorias em termos de eficiência para a grande maioria das instâncias testadas.

Palavras-chave: Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Tridimensionais de Carregamento, Integração de Problemas de Carregamento e Roteamento, Heurísticas.

ABSTRACT

The Three Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem (3L – CVRP) is a recent advance in operational research to solve logistical problems of high complexity. The practical interest is in transportation and distribution of low-density goods, whose shipment of the items must meet the spatial constraints, for example, mechanical components, furniture, household appliances, among other. The problem is also a great theoretical challenge because it generalizes two of the most well known problems in combinatorial optimization: the Capacitated Vehicle Routing Problem and the Three-dimensional Bin Packing Problem. The solution of the 3L - CVRP requires the determination of routes of minimum cost for a fleet of vehicles of the same capacity, so that it meets the demand of customers scattered across a region. This demand consists of rectangular boxes that need to be loaded given a set of operational constraints. The integrated resolution implies the evocation of an iterative method that solves the loading problem while the routing problem is solving. This work presents a new approach to solve the 3L – CVRP. The method employs heuristics procedures to solve the Capacitated Vehicle Routing Problem, in a strategy divided in two stages. The first grouping customers according to their demand based on volume, and the second builds an initial route and improve this route sequentially. The loading problem is solved by commercial software with a trial license. It was developed a new strategy for the integration of the two problems based on occupancy limits of the vehicle volume. The computational experiments were made in three stages: First was evaluated the performance of the heuristic to the Capacitated Vehicle Routing Problem. Tests were performed with instances of classical literature and compared with other existing approaches (heuristic and exact), producing satisfactory results in terms of effectiveness and efficiency. The second stage of tests evaluated the performance of software loading. For this, we use instances for the Container Loading Problem and the problem of Three-Dimensional Bin Packing. A comparison with other existing approaches shows a satisfactory performance of the software. The third and final stage was made on instances of 3L - CVRP and compared with other existing works, producing superior results in terms of effectiveness in some instances, depending on the load restriction settings, with improvements in efficiency for the most of instances tested.

Keywords: Capacitated Vehicle Routing Problem with Three Dimensional Loading Constraints, Integration between Vehicle Routing and Container Loading, Heuristics.

LISTA DE SIGLAS

- SCM** – Gestão da Cadeia de Suprimentos (*Supply Chain Management*)
- CLP** – Problema de Carregamento de Contêiner (*Container Loading Problem*)
- VRP** - Problema do Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem*)
- CVRP** – Problema do Roteamento de Veículos Capacitados (*Capacitated Vehicle Routing Problem*)
- 2L – CVRP** - Problema do Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Bidimensionais de Carregamento (*Two Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem*)
- 3L – CVRP** - Problema do Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Tridimensionais de Carregamento (*Three Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem*)
- 2L – BPP** – Problema do *Bin Packing* Bidimensional (*Two Dimensional Bin Packing Problem*)
- 3L – BPP** – Problema do *Bin Packing* Tridimensional (*Three Dimensional Bin Packing Problem*)
- 3L – FSMVRPTW** – Problema do Roteamento de Veículos Capacitados com Restrições Tridimensionais de Carregamento, Frota Heterogênea e Janela de Tempo (*Three Dimensional Loading Fleet Size and Mix Capacitated Vehicle Routing Problem*)
- TSP** - Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem*)
- CPP** - Problema do Carteiro Chinês (*Chinese Postman Problem*)
- MTSP** - Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes (*The Multiple Traveling Salesman Problem*)
- MDVRP** - Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem*)
- CARP** - Problema de Roteamento de Veículos com Demandas em Arcos (*Capacitated Arc Vehicle Routing Problem*)
- SVRP** - Problema de Roteamento de Veículos com Demanda Estocástica (*Stochastic Vehicle Routing Problem*)
- VRPSD** - Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionadas (*Vehicle Routing Problem with Split Deliveries*)

FSVRP - Problema de Roteamento e Dimensionamento de Veículos com Frota Homogênea (*Fleet Size and Vehicle Routing Problem*)

HFFVRP - Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem*)

FSMVRP - Problema de Roteamento e Dimensionamento de Veículos com Frota Heterogênea (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem*)

PVRP - Problema de Roteamento de Veículos Periódico (*Periodic Vehicle Routing Problem*)

TDVRP - Problema de Roteamento de Veículos com Tempo Dependente (*Time Dependent Vehicle Routing Problem*)

VRPTW - Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*)

PDP & DARP - Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery Problems e Dial-a-ride Problem*)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1 - SOLUÇÃO CONSIDERANDO APENAS O PESO DO CARREGAMENTO.....	2
FIGURA 1.2 - DIMENSÕES DA CAIXA E DO VEÍCULO	3
FIGURA 1.3 – CARREGAMENTO SEM ROTAÇÃO.....	3
FIGURA 1.4 – CARREGAMENTO COM ROTAÇÃO	3
FIGURA 1.5 - SOLUÇÃO CONSIDERANDO RESTRIÇÕES ESPACIAIS DE CARREGAMENTO	4
FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DAS SEIS ORIENTAÇÕES QUE UMA CAIXA PODE ASSUMIR	7
FIGURA 2.2 - CAMADA VERTICAL E CAMADA HORIZONTAL.....	15
FIGURA 2.3 - CARREGAMENTO TIPO PILHA	18
FIGURA 2.4 - CUBÓIDE (2,2,2) CARREGADO	19
QUADRO 2.1 - TAXONOMIA E CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.....	30
FIGURA 2.5 - INSTÂNCIA EXEMPLO PARA O 3L – CVRP	33
FIGURA 2.6- POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA A INSTÂNCIA EXEMPLO	34
FIGURA 3.1 - ABERTURA PARA OPERAÇÕES DE CARGA E DESCARGA	37
FIGURA 3.2 - CAIXA OU ITEM A SER CARREGADO	38
FIGURA 3.3 - ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DO 3L – CVRP	40
FIGURA 3.4 - ALGORITMO DE TEITZ E BART (1968)	43
FIGURA 3.5 - ALGORITMO DA INSERÇÃO MAIS ECONÔMICA	44
FIGURA 3.6 - TROCAS 2 – <i>OPT</i>	45
FIGURA 3.7 - COMPARAÇÃO DAS TROCAS 2 – <i>opt</i> E 3 – <i>opt</i>	46
FIGURA 3.8 - ALGORITMO DE MELHORIA <i>k – opt</i>	47
FIGURA 3.9 – HEURÍSTICA PARA A RESOLUÇÃO DO CVRP.....	48
FIGURA 3.10 - CARREGAMENTO OBTIDO PARA A INSTÂNCIA 2502505.....	50
FIGURA 4.1 - ANÁLISE COMPARATIVA PARA O 3L – CVRP RESTRITO.....	77
FIGURA 4.2 - ANÁLISE COMPARATIVA PARA O 3L – CVRP RELAXADO	80
FIGURA 4.3 – REPRESENTAÇÃO CARTESIANA PARA OS PONTOS DA INSTÂNCIA....	83
FIGURA 4.4 – ROTAS OBTIDAS.....	84
FIGURA 4.5 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 1	85
FIGURA 4.6 - SEQUENCIA DE DESCARREGAMENTO PARA A ROTA 1	86
FIGURA 4.7 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 2	86
FIGURA 4.8 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 3	87
FIGURA 4.9 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 4	87
FIGURA 4.10 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 5	88
FIGURA 4.11 – RESOLUÇÃO GRÁFICA DA INSTÂNCIA E016-03M	88

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 - INSTÂNCIA 2502505 DE BISCHOFF E RATCLIFF (1995)	49
TABELA 4.1 - RESULTADOS OBTIDOS PARA AS INSTÂNCIAS DO CVRP TESTADAS..	57
TABELA 4.2 - - ANÁLISE COMPARATIVA DAS SOLUÇÕES E TEMPOS DE PROCESSAMENTO PARA O CVRP	59
TABELA 4.3. - RELAÇÃO TEMPO COMPUTACIONAL / SOLUÇÕES OBTIDAS PARA O CVRP	61
TABELA 4.4 - - INSTÂNCIAS DE BISCHOFF E RATCLIFF (1995A)	62
TABELA 4.5 - RESULTADOS OBTIDOS PARA O CARREGAMENTO DE CONTÊINER....	64
TABELA 4.6 - – RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – BPP.....	66
TABELA 4.7 – RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO	69
TABELA 4.8 - - RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO.....	71
TABELA 4.9 - EFEITO DAS RESTRIÇÕES NO PROCESSAMENTO DAS INSTÂNCIAS...	72
TABELA 4.10 - – RESULTADOS COMPARADOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO.....	74
TABELA 4.11 - RESULTADOS RELATIVOS PARA O 3L – CVRP - RESTRITO	76
TABELA 4.12 - RESULTADOS COMPARADOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO	78
TABELA 4.13 - RESULTADOS RELATIVOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO.....	79
TABELA 4.14 - NÚMERO DE VEÍCULOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO.....	81
TABELA 4.15 - RESUMO DA INSTÂNCIA E016-03M	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	OBJETIVOS DO TRABALHO	4
1.1.1	Objetivos Específicos	5
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2	REFERENCIAL TEÓRICO	7
2.1	O PROBLEMA DO CARREGAMENTO DE CONTÊINERES E EXTENSÕES	7
2.1.1	Métodos Exatos para a Resolução do CLP e suas variações	13
2.1.2	Métodos Heurísticos para a Resolução do CLP e suas variações	14
2.1.3	Abordagem Metaheurística para a Resolução do CLP e suas variações	20
2.2	O PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E EXTENSÕES	21
2.3	INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE CARREGAMENTO DE CONTÊINERES E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.....	32
3	PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS COM RESTRIÇÕES TRIDIMENSIONAIS DE CARREGAMENTO	37
3.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	37
3.2	ESTRATÉGIA PARA A RESOLUÇÃO DO 3L - cvrp.....	39
3.2.1	Resolução do Problema do Roteamento de Veículos Capacitados	41
3.2.1.1	O problema de agrupamento (<i>clusterização</i>)	41
3.2.1.2	Procedimentos para construção de rotas.....	43
3.2.1.3	Algoritmos de melhorias de rotas.....	44
3.2.1.4	Abordagem Proposta para a Resolução do CVRP	47
3.2.2	Resolução do Problema do Carregamento de Contêiner	49
3.2.3	Integração do CVRP com o CLP para a Resolução do 3L - CVRP	50
3.2.3.1	Limites de Ociosidade.....	51
3.2.3.2	Controle de Troca de Pontos	52
3.2.3.3	Heurística para a Resolução do 3L – CVRP.....	53
4	OBTENÇÃO DOS RESULTADOS	55
4.1	Resultados para o CVRP	55
4.2	Resultados para o CLP e variações.....	61
4.2.1	Resultados para o Problema do Carregamento de Contêineres	62
4.2.2	Resultados para o <i>Three Dimensional Bin Packing Problem</i>	64
4.3	Resultados para o 3L - CVRP.....	67
4.3.1	Resolução Gráfica da Instância E016 – 03m	82
5	CONCLUSÕES.....	89
5.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	90
	REFERÊNCIAS.....	91

1 INTRODUÇÃO

Com o advento da globalização, o antigo modelo de concorrência entre empresas vem dando lugar à disputa entre cadeia de suprimentos. Neste sentido a *supply chain management (SCM)* configura-se como um dos mais importantes diferenciais de competitividade, abrangendo as funções de planejamento e controle de fornecimento, suprimentos, compras e conversão, além da gestão do fluxo de produtos, serviços e informações.

Sendo o gerenciamento da logística a parte da *SCM* responsável pela associação entre os pontos de demanda (consumidores) por produtos aos pontos de fornecimento (produtores), seu escopo contempla o planejamento, programação e controle da eficácia e eficiência dos fluxos diretos e reversos desse produto, bem como da estocagem do mesmo (CAMPOS, 2008). Diante disso, o transporte de produtos ocupa uma das funções mais importantes dentro da gestão da cadeia de suprimentos.

Um dos parâmetros que corroboram essa importância reside na magnitude dos custos envolvidos com transporte na economia. De acordo com Lima (2006), os custos logísticos representaram no ano de 2004 cerca de 12,6% do produto interno bruto brasileiro, e dessa parcela, aproximadamente 59% referem-se a custos com transporte, além de 31% de custos com armazenagem. Em valores absolutos, os custos com transporte e armazenagem representaram em 2004 aproximadamente R\$ 133 bilhões e R\$ 69,2 bilhões, respectivamente. Por sua vez, em relação aos modais utilizados, destaca-se o transporte rodoviário de cargas, que respondeu por mais de 82% dos custos totais com transporte no país (mais de R\$ 109 bilhões).

Diante da importância do transporte rodoviário para a economia nacional, é pertinente analisar os problemas reais e cotidianos enfrentados pelos atores desse ramo de atividade. Questões que se referem ao roteamento e carregamento de veículos, dada a complexidade acerca dessas questões, constituem uma das aplicações mais frutíferas da área da Pesquisa Operacional, logrando a este ramo da matemática aplicada uma importante posição no âmbito da tomada de decisão em logística.

Acerca dos problemas de roteamento e carregamento de veículos, embora a literatura seja extensa no tratamento individual do problema de carregamento de contêiner (CLP – *Container Loading Problem*) e do problema de roteamento de

veículos (VRP – *Vehicle Routing Problem*), verifica-se uma escassez na abordagem integrada desses dois problemas. Ainda que o problema do roteamento de veículos capacitados (CVRP – *Capacitated Vehicle Routing Problem*) vem sendo exaustivamente estudado nas últimas décadas, ele acaba sendo uma simplificação demasiada da situação real, dado que a restrição de carregamento é unidimensional (normalmente peso ou volume). Conforme apontado por Campos (2008), a abordagem integrada do CLP com o VRP é ensejada quando os produtos a serem distribuídos são de baixa densidade (kg/m^3) de transporte. Neste caso, restrições espaciais de carregamento são requeridas para uma modelagem mais realista do problema de roteamento, de forma que se possam minimizar os custos de transporte, relativos à quantidade de veículos, bem como à distância total percorrida.

Um exemplo elaborado por Campos (2008) auxilia na elucidação desta problemática: Suponha dois clientes próximos A e B, que demandam cargas de 8 e 10 toneladas de um mesmo produto respectivamente, e esses produtos são acondicionados em caixas. Suponha também que uma determinada empresa de transporte possua um veículo com capacidade de carregamento de 20 toneladas. Em virtude da proximidade espacial dos clientes, deseja-se consolidar a entrega. Dado que não há violação da restrição de carregamento do veículo o roteiro poderia ser feito conforme ilustrado na figura 1.1.

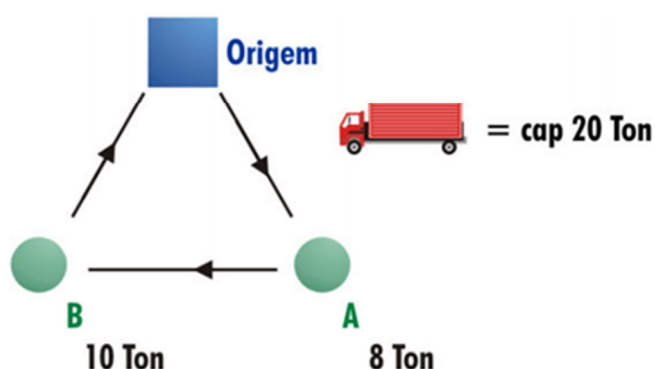


FIGURA 1.1 - SOLUÇÃO CONSIDERANDO APENAS O PESO DO CARREGAMENTO
FONTE: CAMPOS (2008)

Entretanto, ao se considerar a dimensão unitária de cada caixa e as dimensões do veículo tem-se a seguinte configuração (figura 1.2):

- Caixa: 1 tonelada (peso); 1,2 metros de largura; 1,2 metros de comprimento e 1,0 metro de altura.

- Veículo: 20 toneladas (capacidade); 2 metros de largura; 6 metros de comprimento e 2,2 metros de altura.



FIGURA 1.2 - DIMENSÕES DA CAIXA E DO VEÍCULO
FONTE: Campos (2008)

Ao se proibir a rotação das caixas, seria possível carregar apenas 10 unidades no veículo, conforme ilustrado pela figura 1.3. Portanto, a entrega torna-se infactível se for utilizado apenas um veículo.

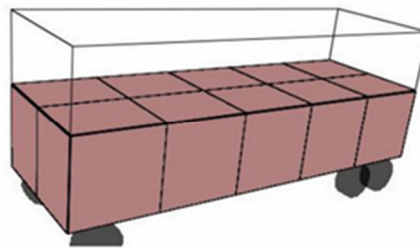


FIGURA 1.3 – CARREGAMENTO SEM ROTAÇÃO
FONTE: Campos (2008)

Todavia, identifica-se uma parcela considerável da capacidade de carregamento do veículo que não foi preenchida. Mesmo que houvesse uma relaxação da restrição de rotação das caixas, seria possível carregar mais cinco unidades, totalizando quinze caixas, conforme ilustrado na figura 1.4. Ainda assim não seria possível viabilizar a entrega, visto que três caixas não foram carregadas.

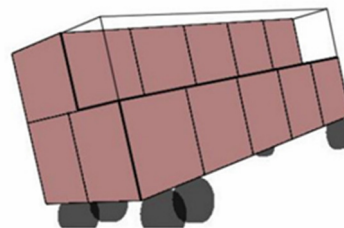


FIGURA 1.4 – CARREGAMENTO COM ROTAÇÃO
FONTE: Campos (2008)

Evidencia-se, portanto a necessidade de um veículo adicional para realizar a entrega demandada pelos clientes A e B, considerando as restrições espaciais de carregamento. Uma possível solução é apresentada na figura 1.5.

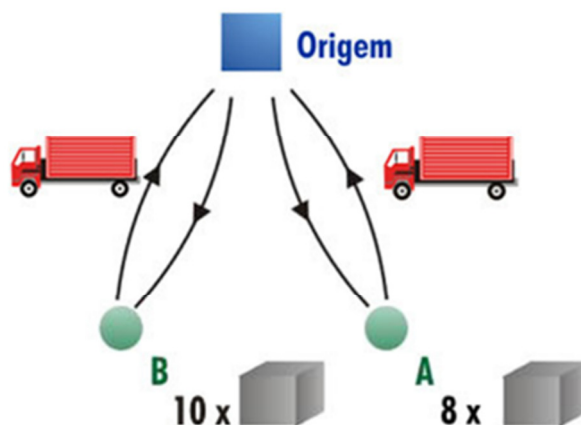


FIGURA 1.5 - SOLUÇÃO CONSIDERANDO RESTRIÇÕES ESPACIAIS DE CARREGAMENTO
FONTE: Campos (2008)

Diante dessa problemática e da necessidade prática para o tratamento desta situação, este trabalho apresenta uma nova estratégia para a resolução do problema do roteamento de veículos com restrições tridimensionais de carregamento. O método enseja a resolução de forma simultânea do CLP e do VRP. A abordagem emprega técnicas heurísticas em conjunto com *softwares* comerciais para a resolução do problema integrado, incluindo características que comumente são consideradas em situações práticas, aproximando o modelo proposto às necessidades reais do transporte de cargas de baixa densidade. Na sequência são apresentados os objetivos e a estrutura do trabalho.

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

A aplicabilidade de técnicas da área de Pesquisa Operacional na resolução de problemas reais exige uma abrangência maior da primeira acerca das restrições operacionais da segunda. Diante disso, objetiva-se neste trabalho propor uma nova abordagem para a resolução do problema de roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento, doravante denominado 3L-CVRP (*Three Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem*). Proposto por Gendreau *et al.* (2006), essa integração requer a resolução simultânea dos

problemas de carregamento de contêineres (CLP) e de roteamento de veículos (VRP). De acordo com os autores, tanto o CLP quanto o VRP são isoladamente problemas fortemente *NP-hard* e consequentemente não existe na literatura algoritmos capazes de resolvê-los em tempo computacional compatível, tampouco para a resolução do problema integrado 3L – CVRP, cuja complexidade computacional também é fortemente *NP-hard*. Neste sentido, métodos heurísticos são aplicáveis no problema.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Com relação ao CLP e suas variações, objetiva-se analisar comparativamente o desempenho de *softwares* comerciais com heurísticas propostas na literatura, que justifique a aceitação do mesmo para a resolução do 3L – CVRP.
- Compor uma heurística híbrida para a resolução do CVRP, baseado em heurísticas clássicas de roteamento, avaliá-la sobre instâncias clássicas da literatura e compará-la com procedimentos exatos e heurísticos existentes.
- Desenvolver um procedimento para a integração do CVRP e do CLP, considerando restrições operacionais (discutidas adiante).
- Objetiva-se também analisar o desempenho do método completo proposto para a resolução do 3L – CVRP, através de extensivos testes computacionais realizados sobre instâncias clássicas da literatura.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

A presente dissertação está estruturada como segue: O referencial teórico contido no capítulo 2 apresenta uma análise aprofundada do CLP, VRP, 3L – CVRP e suas variações, além de um estudo exploratório sobre os trabalhos propostos para a resolução dos problemas supracitados. O Capítulo 3 apresenta a abordagem proposta para a resolução do CLP e do VRP, bem como a estratégia completa para a integração e consequente resolução do 3L-CVRP. No capítulo 4 apresentam-se os

resultados obtidos sobre as instâncias testadas e, por fim, o capítulo 5 tece as conclusões do estudo e sugere temas para trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta de forma detalhada os problemas estudados na presente dissertação. Inicialmente discute-se o CLP e extensões, e na sequência o VRP e suas variações. Por fim, o problema integrado 3L – CVRP é apresentado.

2.1 O PROBLEMA DO CARREGAMENTO DE CONTÊINERES E EXTENSÕES

O problema do carregamento de contêineres é um dos escopos clássicos da otimização combinatória, e pode ser caracterizado como uma abordagem análoga ao “famigerado” problema da mochila. Ele consiste em determinar a posição de carregamento de prismas retangulares retos, ou simplesmente caixas, de dimensões variadas, em um espaço com mesma geometria e dimensão substancialmente maior, denominado contêiner. O objetivo do CLP é maximizar a ocupação do espaço disponível no contêiner.

De acordo com Araújo (2006), o CLP pode ser descrito da seguinte forma: Dado um conjunto de m tipos de caixas com certa utilidade (valor monetário, peso, volume, etc.) associada a cada caixa, que podem assumir $k = 1, \dots, 6$ orientações, reproduzidas na figura 2.1 abaixo.

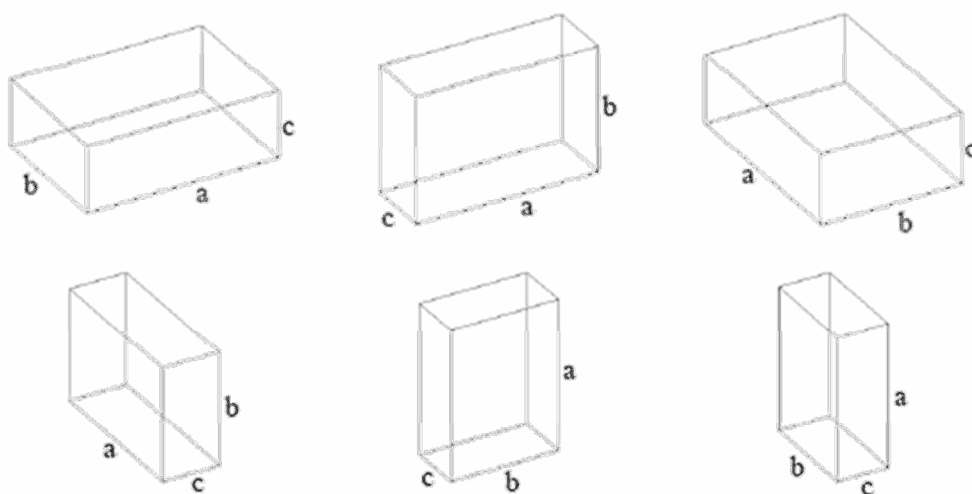


FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DAS SEIS ORIENTAÇÕES QUE UMA CAIXA PODE ASSUMIR
FONTE: Araújo (2006)

Para cada tipo $t = 1, \dots, m$, identifica-se três dimensões espaciais: d_{1tk} para o eixo X , d_{2tk} para o eixo Y e d_{3tk} para o eixo Z . Cada caixa possui um volume v_t e uma quantidade q_t , que devem ser carregadas em um contêiner, caracterizado pelas dimensões de comprimento, largura e altura $L \times W \times H$ e volume V . O objetivo é escolher um subconjunto de caixas que caiba no contêiner e maximize a utilidade total. Caso a utilidade represente o volume da cada caixa, o objetivo é maximizar o volume ocupado do contêiner. Ademais, pode-se associar a cada tipo t de caixa um peso w_t e um valor b_{tk} para expressar a pressão, em unidades de peso por área que suporta a face superior da caixa do tipo t com orientação k . Restrições sobre rotações nas caixas podem ser impostas, fazendo $u_{tk} = 1$ permitindo a orientação k na caixa do tipo t , ou $u_{tk} = 0$ caso contrário. Assumem-se, sem perda de generalidade, que as dimensões das caixas e do contêiner são maiores que zero.

Em alguns casos, o emprego do CLP para representar de forma mais realista o problema do roteamento de veículos com restrições tridimensionais de carregamento enseja algumas alterações na estrutura do primeiro. Tais alterações requerem uma quantidade de contêineres (que por analogia é denominada veículos pelo espaço que estes possuem para o carregamento de caixas) suficiente para atender à demanda de todos os clientes, ou seja, não se considera apenas um subconjunto de caixas, mas sim a totalidade dessas. Da mesma forma, o objetivo passa a ser a minimização do número de contêineres (ou veículos) necessários para viabilizar o carregamento, e não mais unicamente a maximização da ocupação de apenas um contêiner.

Nesta nova perspectiva, emerge o 3L – BPP (*Three Dimensional Bin Packing Problem*), cujas modificações em relação ao CLP atendem às já citadas alterações requeridas para o tratamento do CVRP com restrições tridimensionais de carregamento, com a ressalva de que o número de contêineres é ilimitado. Uma descrição completa do 3L – BPP é feita em Martello *et al.* (2000): dado um conjunto de n caixas retangulares caracterizadas pela largura w_j , altura h_j e profundidade d_j , onde $j \in J = \{1, \dots, n\}$, e um número ilimitado de contêineres idênticos (*bins*), definido pela largura W , altura H e profundidade D . O 3L-BPP consiste em

carregar o conjunto de n caixas em um número mínimo de *bins*, considerando que as caixas não podem ser rotacionadas, isto é, o carregamento é realizado com as dimensões das caixas paralelas às dimensões correspondentes dos *bins*. Assumem-se também, sem perda de generalidade, que todos os dados de entrada são inteiros positivos satisfazendo $w_j \leq W$, $h_j \leq H$ e $d_j \leq D$, onde $j \in J$. O carregamento deve ser feito de modo que nenhuma caixa precise ser movida para a retirada de um item carregado *a priori*, e o objetivo, conforme já mencionado, é minimizar a quantidade de contêineres necessários à viabilização do carregamento. Araujo (2006) ressalta que se os contêineres possuírem dimensões distintas, o problema passa a ser denominado de carregamento de múltiplos contêineres (*Multi-Container Loading Problem M-CLP*), e o objetivo é direcionado para a redução dos custos de carregamento.

Ainda segundo Araujo (2006), muitas trabalhos propostos na literatura resolvem repetidos problemas de carregamento de um único contêiner para minimizar a quantidade de *bins*. Deste modo, pode-se concluir que um elemento importante em heurísticas para o problema *bin Packing* tridimensional é o procedimento que carrega as caixas. Ademais, conforme apontado por Morabito e Arenales (1997), tanto o CLP quanto o 3L-BPP e o carregamento de múltiplos contêineres podem ser generalizados como problemas de corte e empacotamento tridimensionais. Dessa forma, ambos os problemas podem ser modelados como um grafo 0–1. Os autores apresentam um modelo generalizado para o problema em que as dimensões dos contêineres são distintas, reproduzido a seguir.

Seja um conjunto de m tipos de caixas (itens), onde para cada tipo i , definido pelo comprimento, largura e altura (l_i, w_i, h_i) tem-se uma quantidade b_i . Seja também um conjunto de n tipos de contêineres, onde para cada tipo k , definido pelo comprimento, largura e altura (L_k, W_k, H_k) e uma quantidade B_k . O carregamento deve ser ortogonal ao contêiner e sem perda de generalidade as caixas são colocadas com orientação fixa, isto é, l_i, w_i, h_i paralelos à L_k, W_k, H_k respectivamente. Cada variável 0–1 representa a decisão de se colocar (1) ou não (0) um item do tipo i na posição (x, y, z) do contêiner. Demonstra-se, sem perda de generalidade,

que as coordenadas x , y e z pertencem respectivamente às combinações cônicas definidas a seguir:

$$X = \left\{ x \mid x = \sum_{i=1}^m \alpha_i l_i, \quad x \leq L - l_0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad \text{inteiro} \right\}$$

$$Y = \left\{ y \mid y = \sum_{i=1}^m \beta_i w_i, \quad y \leq W - w_0, \quad \beta_i \geq 0, \quad \text{inteiro} \right\}$$

$$Z = \left\{ z \mid z = \sum_{i=1}^m \gamma_i h_i, \quad z \leq H - h_0, \quad \gamma_i \geq 0, \quad \text{inteiro} \right\}$$

onde:

$$l_0 = \min \{ l_i, \quad i=1, \dots, m \},$$

$$w_0 = \min \{ w_i, \quad i=1, \dots, m \}$$

$$h_0 = \min \{ h_i, \quad i=1, \dots, m \}$$

Seja x_j o j -ésimo elemento do conjunto X , y_k o k -ésimo elemento do conjunto Y e z_l o l -ésimo elemento do conjunto Z , onde x_j , y_k e z_l são posição determinadas a priori. A colocação de uma caixa do tipo i com canto (origem das coordenadas no espaço cartesiano) na posição (x_j, y_k, z_l) impede o carregamento de outra caixa em uma posição qualquer (x_p, y_q, z_r) , desde que $x_j \leq x_p \leq x_j + l_i - 1$, $y_k \leq y_q \leq y_k + w_i - 1$ e $z_l \leq z_r \leq z_l + h_i - 1$, com $p=1, \dots, |X|$, $q=1, \dots, |Y|$ e $r=1, \dots, |Z|$. Dessa forma, pode-se definir a matriz de incidência $g_{ijklpqr}$ para evitar a sobreposição de caixas como sendo:

$$g_{ijklpqr} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_j \leq x_p \leq x_j + l_i - 1, \quad y_k \leq y_q \leq y_k + w_i - 1 \text{ e } z_l \leq z_r \leq z_l + h_i - 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad ($$

A matriz de incidência deve ser computada *a-priori* para cada tipo i , ($i=1,...,m$), para cada posição (x_j, y_k, z_l) , onde ($j=1,...,|X|$, $k=1,...,|Y|$ e $l=1,...,|Z|$) e ainda para cada posição (x_p, y_q, z_r) , onde ($p=1,...,|X|$, $q=1,...,|Y|$ e $r=1,...,|Z|$).

A formulação matemática do problema pode ser feita conforme as seguintes premissas: seja v_i um multiplicador simplex (ou função dele) associado a uma base particular. Seja ainda $J(i) = \arg \max_{j=1,...,|X|} \{ x_j \mid x_j \leq L-l_i \}$, $K(i) = \arg \max_{k=1,...,|Y|} \{ y_k \mid y_k \leq W-w_i \}$ e $L(i) = \arg \max_{l=1,...,|Z|} \{ z_l \mid z_l \leq H-h_i \}$, e as variáveis de decisão a_{ijkl} definida como:

$$a_{ijkl} = \begin{cases} 1, & \text{se a caixa do tipo } i \text{ é colocada na posição } (x_j, y_k, z_l) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Observa-se que $a_{ijkl} = 0 \quad \forall \quad j > J(i), \text{ ou } k > K(i) \text{ ou } l > L(i)$. O problema pode então ser formulado como:

$$\text{Max: } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} v_i a_{ijkl} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} g_{ijklpqr} a_{ijkl} \leq 1, \quad p=1,...,|X|, \quad q=1,...,|Y|, \quad r=1,...,|Z| \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{J(i)} \sum_{k=1}^{K(i)} \sum_{l=1}^{L(i)} a_{ijkl} \leq b_i, \quad i=1,...,m \quad (3)$$

$$a_{ijkl} \in \{0, 1\}, \quad i=1,...,m, \quad j=1,...,J(i), \quad k=1,...,K(i) \text{ e } l=1,...,L(i) \quad (4)$$

O modelo (1)-(4) possui $O(m |X| |Y| |Z|)$ variáveis e $O(|X| |Y| |Z|)$ restrições. Caso não haja uma orientação fixa para o carregamento das caixas, o modelo pode

ser estendido considerando um número ainda maior de variáveis e restrições, chegando a ordem de milhões, o que desestimula o emprego de técnicas de programação linear inteira em virtude do elevado custo computacional para a resolução do problema. Neste sentido, justifica-se o intensivo emprego de técnicas heurísticas para a resolução do CLP observado na literatura. Todavia, conforme apontado por Bischoff e Ratcliff (1995), as diferentes técnicas de resolução consideram particularidades que as adequam somente a uma faixa do espectro dos problemas que ocorrem na prática. Verifica-se tal afirmação em Bischoff e Marriott (1990) que avaliaram 14 heurísticas e concluíram que a pertinência de cada algoritmo depende do grau de heterogeneidade do carregamento e do tamanho dos problemas.

Conforme apontado por Bischoff e Ratcliff (1995), existe uma série de restrições de cunho prático que nem sempre é considerado, tal qual:

R1 – **Orientação:** Em situações de fragilidade com instruções do tipo “esta face para cima”, uma ou duas dimensões de algumas caixas podem ser restringidas. Caso não haja tais restrições, a caixa pode ser carregada considerando as seis orientações possíveis descritas anteriormente.

R2 – **Estabilidade:** Para amparar o centro de gravidade dos itens, um percentual (de 55% a 100%) da área da base de cada caixa deve ser apoiada no piso do contêiner ou na face superior de outras caixas.

R3 – **Empilhamento:** Ao se carregar uma caixa sobre a outra, assume-se que a área de contato da primeira exerce uma pressão direta sobre a face superior da segunda, cuja capacidade de suporte é b_{tk} , para uma caixa do tipo t com orientação k .

R4 – **Agrupamento de itens e múltiplos destinos:** Do ponto de vista operacional o descarregamento de um conjunto de caixas de determinado cliente não deve requerer o descarregamento de outras caixas, pois estas deverão ser carregadas novamente. Portanto a ordem de descarregamento deve atender a ordem de entrega dos itens.

R5 – Separação de produtos: Para o caso de produtos que não podem ser carregados próximos uns dos outros, como alimentos e produtos de limpeza.

R6 – Peso máximo permitido: De forma a se considerar o balanceamento da carga para se respeitar uma distância mínima entre o centro de gravidade calculado e esperado do contêiner.

Na seqüência é apresentado um levantamento acerca dos trabalhos correlatos que versam sobre a resolução do CLP e suas variações, categorizados em métodos exatos, procedimentos heurísticos e metaheurísticos.

2.1.1 Métodos Exatos para a Resolução do CLP e suas variações

Abordagens exatas para resolução do 2L – BPP (*Two dimensional Bin Packing Problem*), uma simplificação do 3L – BPP, onde não se permite a sobreposição das caixas a serem carregadas, são encontradas em Martello e Psinger (1999), Fekete e Schepers (2001) e Fekete e Schepers (2004). Todavia, conforme apontado por Wang *et al.* (2009), ainda que tais métodos sejam capazes de resolver problemas com até 100 itens (caixas), observa-se casos em que carregamentos com menos de 20 itens não são conseguidos. Diante de tal complexidade, abordagens exatas para a resolução do problema tridimensional (CLP e 3L – BPP) são ainda mais ineficientes, simplificando em demasia a realidade operacional dos referidos problemas.

Para ilustrar tal problemática, é pertinente analisar alguns trabalhos exatos que abordam o problema tridimensional. Neste sentido, Chen *et al.* (1995) apresentam um modelo de programação linear inteira mista para a resolução do problema de carregamento de caixas não uniformes dentro de contêineres, objetivando minimizar o somatório de espaços vazios. Embora o modelo considere restrições de orientação, sobreposição e balanceamento, a estabilidade do carregamento não é garantida. As instâncias testadas incluem seis tipos diferentes de caixas, com apenas uma unidade de cada tipo, o que impossibilita a aplicação do modelo em um problema real. Os autores concluem que, para tal aplicação, é necessário o desenvolvimento de um procedimento mais eficiente.

Martello *et al.* (2000) apresentam um algoritmo *branch-and-bound* exato para a resolução do 3L – BPP a partir de outro algoritmo, também exato, para o carregamento de um único contêiner. O trabalho discute os limites inferiores do problema e demonstra que o desempenho assintótico crítico do limite inferior é $1/8$. Ainda que os testes tenham resolvido instâncias com até 90 caixas, obtendo soluções ótimas em tempo computacional factível, o trabalho não considera restrições de estabilidade, enquanto que o carregamento das caixas deve atender à condição de paralelismo entre faces com o contêiner.

Silva e Soma (2003) desenvolvem um algoritmo polinomial para a resolução do 3L – BPP considerando restrições de estabilidade estática do carregamento. O empacotamento das caixas atende a cinco critérios com prioridades decrescentes, sendo primeiramente o item de maior volume, seguido do item que possui o maior valor para o conjunto largura – altura - comprimento, e outros três critérios que consideram a maior largura, altura e comprimento de maneira isolada. O carregamento é feito pelo princípio da alocação em *pontos de cantos*. Testes computacionais são realizados para instâncias com até 90 itens (com e sem estabilidade de carga), obtendo-se boas soluções e tempo computacional compatível em relação ao desempenho do algoritmo exato proposto por Martello *et al.* (2000).

2.1.2 Métodos Heurísticos para a Resolução do CLP e suas variações

Em decorrência da gama de restrições existentes, a modelagem matemática dos problemas de corte e empacotamento acaba negligenciando grande parte delas, (ARAÚJO, 2006). Dessa forma, procedimentos heurísticos são requeridos para a resolução do CLP. De acordo com Psinger (2002), o método utilizado para a construção do padrão de carregamento define a estratégia de resolução do problema. Tais métodos segundo o autor podem ser agrupados em quatro classes distintas: paredes virtuais, pilhas, cortes guilhotinados e cubóides.

Segundo Araújo (2006), algoritmos baseados em paredes virtuais carregam o contêiner através da construção de camadas verticais e horizontais, além de permitir o uso de uma estrutura de dados mais simplificada para a implementação da heurística. Uma definição mais formalizada proposta pelo autor é descrita como:

uma camada vertical j corresponde a uma seção do contêiner que contém todos os espaços vazios com coordenadas que pertencem ao conjunto $CV_j = \{ (x, y, z) \mid x_j \leq x \leq x_{j+1}; 0 \leq y \leq W; 0 \leq z \leq H \}$, tal que $(x_j; 0; 0)$ e $(x_{j+1}; 0; 0)$ representam as posições do espaço vazio das camadas verticais j e $j+1$, respectivamente. De uma maneira geral, o comprimento da camada é determinado pela caixa alocada na posição $(x_j; 0; 0)$, onde $d_{tk} = x_{j+1} - x_j$ representa o comprimento da caixa do tipo t com orientação k e esta caixa é denominada “caixa que determina a camada” (*Layer Determining Box – LDB*). As camadas horizontais são construídas de forma análoga, sendo que o LDB é definido sobre o plano gerado pela altura da caixa carregada. O autor aponta que as camadas horizontais são de particular interesse na construção de padrões de carregamento onde restrições de estabilidade vertical são necessárias, como ocorre no carregamento de paletes. A figura 2.2 representa uma camada horizontal e vertical de um contêiner carregado a partir de uma caixa alocada na posição $(0,0,0)$.

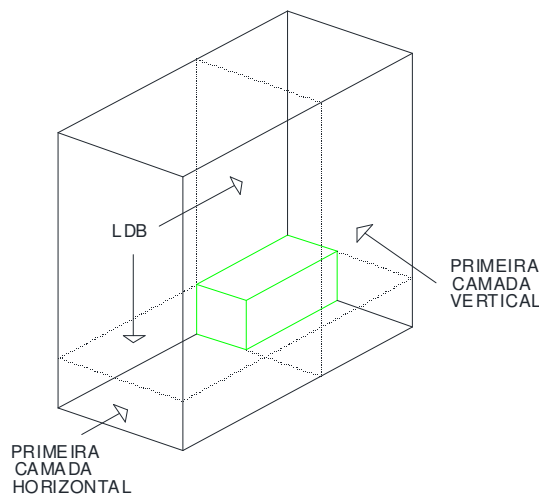


FIGURA 2.2 - CAMADA VERTICAL E CAMADA HORIZONTAL
FONTE: O Autor (2011)

Dentre os trabalhos existentes na literatura, George e Robinson (1980) em seu trabalho seminal, observaram a prática de estivagem e propuseram um método heurístico que considera caixas heterogêneas, restrições de sobreposição e estabilidade vertical, não sendo impostas restrições de empilhamento e rotações. O

procedimento constrói um padrão de carregamento baseado em camadas verticais, permitindo que os espaços não utilizados em uma camada possam ser ocupados nas camadas subseqüentes. As caixas são ordenadas de acordo com suas dimensões, dando proximidade de carregamento às caixas iguais. Dois critérios de seleção são considerados, sendo que o primeiro seleciona o tipo de caixa com maior quantidade disponível enquanto que o segundo seleciona o tipo que possui a máxima das menores dimensões. Os autores avaliaram a heurística para um conjunto de quinze instâncias, com resultados acerca da ocupação do volume do contêiner da ordem de 90%, contudo em alguns casos verifica-se que caixas não foram carregadas.

Gehring *et al.* (1990) resolvem o CLP para um conjunto de caixas fortemente heterogêneo também utilizando camadas verticais. Os autores apresentam um refinado conjunto de critérios para a maximização dos espaços vazios preenchidos pelo carregamento, todavia os testes computacionais basearam-se em apenas duas instâncias e não há comparação com o desempenho de outros trabalhos na literatura. Davies e Bischoff (1999) analisam o algoritmo de Gehring *et al.* (1990) e apontam que, em virtude da utilização de camadas verticais isoladas, o carregamento apresenta boa distribuição de peso dentro do contêiner, contudo não há garantias que o carregamento seja estável, podendo este ser realizado sem qualquer suporte para a base das caixas.

Psinger (2002) também utiliza camadas verticais para a construção de padrões de carregamento. O algoritmo emprega um mecanismo de ajuste do comprimento das camadas verticais, na busca por melhores soluções. Apesar das restrições, desconsidera-se a estabilidade vertical ao passo que as caixas podem ser carregadas sob qualquer uma das seis orientações possíveis. O método foi testado sobre instâncias geradas pelo próprio autor que atendem às características encontradas em situações reais de carregamento de contêineres. Os resultados obtidos carregam o contêiner com utilização de mais de 95% do espaço disponível para um conjunto homogêneo de caixas.

Já Cecílio e Morabito (2004) apresentaram cinco métodos para a resolução do CLP, através de um refinamento para a heurística de George e Robinson (1980). Os métodos apresentam novas alternativas para a avaliação dos critérios de empacotamento, modificando o critério de escolha das caixas para preenchimento

dos espaços vazios nas camadas verticais. Os autores obtiveram sucesso no carregamento da totalidade dos itens do problema inicialmente proposto.

Mais recentemente, Campos (2008) apresenta uma heurística de carregamento de contêiner como parte de um problema mais extenso que inclui o carregamento e roteamento de veículos, com janelas de tempo e frota heterogênea. O algoritmo é baseado na construção por camadas, onde a largura destas é definida a partir de uma caixa selecionada inicialmente ou, no caso de uma única camada, como sendo a própria largura do contêiner. A seleção da caixa que inicia a camada, assim como o seqüenciamento do carregamento, ocorre sempre da mesma forma, a partir da comparação de pares de caixas entrantes. As camadas sucessivas as primeiras têm seus espaços vazios amalgamados. Os testes computacionais apresentam um desempenho médio em relação a outros enfoques na literatura, justificado pelo autor em decorrência do método proposto não possuir um bom critério de seleção de caixas, em detrimento à construção de um carregamento factível, que atenda ao problema integrado de roteamento de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e restrições tridimensionais de carregamento.

A respeito das pilhas, Araújo (2006) aponta que essa abordagem permite decompor os problemas de corte e empacotamento tridimensionais em dois subproblemas distintos, sendo um deles de geometria tridimensional para a composição das pilhas e o segundo problema de geometria bidimensional, de alocação das pilhas nos contêineres. A construção das pilhas inicia-se a partir de uma caixa base posicionada no piso do contêiner e tem continuidade com o acréscimo de outras caixas, desde que a base de uma nova caixa seja integralmente suportada por uma ou mais caixas que já estão dispostas abaixo (ver figura 2.3). Na sequência resolve-se o problema de alocação das pilhas dentro do contêiner. O autor destaca que este procedimento é pertinente para tratar restrições de peso, todavia produz padrões de carregamento com pouca estabilidade horizontal e reduzida ocupação do volume do contêiner quando o conjunto de caixas a ser carregadas é fracamente heterogêneo.

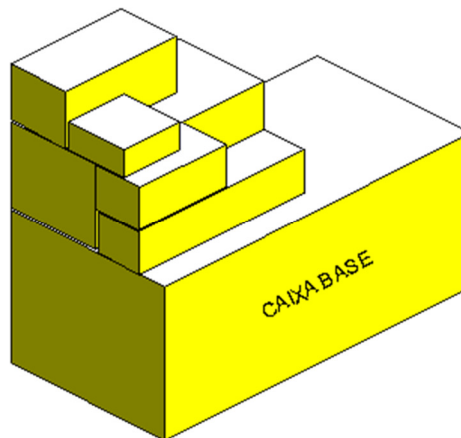


FIGURA 2.3 - CARREGAMENTO TIPO PILHA
FONTE: O Autor (2011)

Fazendo uso da abordagem de carregamento em pilhas, Haessler e Talbot (1990) apresentam uma heurística para atender às necessidades de uma empresa de despacho de contêineres. O algoritmo proposto pelos autores visa agrupar a demanda de um mesmo pedido (cliente), além de favorecer um padrão de carregamento que minimizem os possíveis danos às caixas, especialmente pela pressão exercida pelas pilhas às caixas abaixo. Como resultados, houve significativa melhora no atendimento dos clientes da empresa e observância da redução do tempo de carregamento pela utilização da estrutura em pilhas.

Com relação aos cortes guilhotinados, Araújo (2006) elucida que cortes de geometria tridimensional são aqueles que produzem dois paralelepípedos quando realizados sobre um deles. O autor cita que a construção de um padrão de carregamento a partir dessa abordagem considera que todas as caixas podem ser seqüenciadas por cortes guilhotinados, ainda que, ao contrário dos problemas bidimensionais, os cortes guilhotinados para restrições tridimensionais de empacotamentos raramente ocorram na prática. Já os cubóides, segundo o autor são blocos homogêneos constituídos de caixas do mesmo tipo e com mesma orientação, devendo as caixas que formam os cubóides ser dispostas ao longo das três dimensões do contêiner de modo a formar um paralelepípedo. A estrutura pode ser representada por uma tripla $c_{t ki} = (c_{t ki}^x, c_{t ki}^y, c_{t ki}^z)$, onde $c_{t ki}^x$ representa o número de caixas do tipo t com orientação k na dimensão x que pode ser carregado no espaço vazio i , onde a quantidade de caixas que compõe o cubóide é definida por $|c_{t ki}| = c_{t ki}^x * c_{t ki}^y * c_{t ki}^z$ e o volume do cubóide pelo produto do volume do tipo de caixa e o

número de caixas que compõe o cubóide $v_t * |c_{tki}|$. A figura 2.4 apresenta um cubóide $c_{tki} = (2, 2, 2)$ totalizando $|c_{tki}| = 8$ caixas do tipo t com orientação k , em que o comprimento, a largura e a altura são definidas por $c_{tki}^x = c_{tki}^y = c_{tki}^z = 2$ caixas, respectivamente.

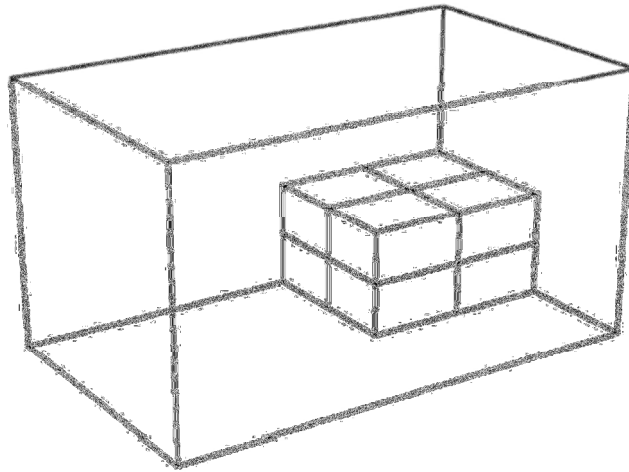


FIGURA 2.4 - CUBÓIDE (2,2,2) CARREGADO
FONTE: O Autor (2010)

Uma das principais vantagens da utilização de cubóides para a construção de padrões de carregamento reside na posse de características práticas desejáveis por parte dessa estrutura, (ELEY, 2002). Segundo o autor, os cubóides facilitam as instruções para carregar as caixas em virtude da hegemonia, reduzindo o tempo de carregamento. Ademais, as restrições de empilhamento são mais facilmente satisfeitas e a estabilidade dinâmica da carga é conseguida na medida em que a estrutura de blocos dificulta a ocorrência de deslizamento das caixas.

Araújo e Armentano (2007) tratam do CLP considerando restrições de orientação e estabilidade. Uma heurística construtiva aleatória com múltiplos inícios é proposta objetivando a maximização da ocupação dos espaços vazios. Um conjunto de critérios é utilizado para avaliar cada instância de forma adaptativa, e em cada passo do processo de construção do padrão de carregamento, um cubóide é selecionado de maneira randômica dentre uma lista restrita de candidatos. Os resultados obtidos apontam um desempenho superior em relação a outros trabalhos para o mesmo conjunto de instâncias testadas.

2.1.3 Abordagem Metaheurística para a Resolução do CLP e suas variações

A resolução do problema do carregamento de contêineres e suas variações por estratégias metaheurísticas vêm sendo amplamente utilizadas, sendo que se encontra disponível na literatura uma grande quantidade de trabalhos sobre o tema. Esta seção tem por objetivo ilustrar tal fato, selecionando trabalhos que utilizam procedimentos baseados em algoritmos genéticos, busca tabu, recozimento simulado, *grasp* e colônia de formigas.

Empregando algoritmos genéticos, Gehring e Bortfeldt (1997) utilizaram a técnica de construção de padrões de carregamento pela estratégia de pilhas (vide seção 2.1.1), decompondo o *CLP* em dois subproblemas: um problema de corte e empacotamento tridimensional (para a formação das pilhas) e um segundo problema bidimensional (para a alocação das pilhas dentro do contêiner). Restrições de orientação, empilhamento, estabilidade vertical e distribuição de peso são consideradas. Um cromossomo representa uma permutação de pilhas de caixas já construídas. Um algoritmo que aloca as pilhas no contêiner também é desenvolvido. O algoritmo genético é hibridizado com procedimentos que conferem especialização à decodificação dos cromossomos e a geração de uma população inicial, de maneira a atender as características do problema. Os testes computacionais apontam desempenho superior em relação ao trabalho de Bischoff *et al.* (1995) da ordem de 7,17% a mais de ocupação do volume do contêiner.

Bortfeldt e Gehring (1998) propõem um algoritmo de busca tabu para o problema de carregamento de contêiner. O algoritmo supervisiona uma heurística construtiva que gera padrões de carregamento formados por arranjos combinados de até dois cubóides. A busca ocorre no espaço de soluções codificadas, semelhantes ao processo desenvolvido por Gehring e Bortfeldt (1997). Os testes computacionais indicam que o método se aplica com eficiência para instâncias fracamente heterogêneas, dado que a qualidade das soluções deteriora rapidamente com o aumento da heterogenia do conjunto de itens.

Mack *et al.* (2004) trabalham com um algoritmo híbrido baseado em busca tabu e recozimento simulado para o problema de carregamento de contêiner. O padrão de carregamento é feito por cubóides, cuja dinâmica construtiva é ditada pela verificação de vários critérios. No algoritmo proposto, uma solução inicial é gerada

por recozimento simulado e refinada posteriormente pela busca tabu. Tal estratégia, segundo os autores, objetiva absorver as vantagens de cada método e minimizar as deficiências pelo processamento em separado. Resultados computacionais utilizando as 700 instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995a) são analisados. Em termos de volume ocupado para este conjunto de instâncias, este trabalho apresenta um dos melhores desempenhos na literatura, maximizando a ocupação do contêiner na ordem de 92%.

Rodrigues Neto (2005) também utiliza algoritmos genéticos para a resolução do *CLP* empregando algumas características reais das cargas e do processo de carregamento, adaptados de uma empresa fabricante de produtos eletrônicos. São apresentadas duas estratégias para carregamento do contêiner, diferindo entre elas em relação ao procedimento de decomposição dos espaços vazios do contêiner. O padrão de carregamento também emprega a técnica de construção de pilhas e posterior alocação dessas pilhas no contêiner. Testes computacionais apontam desempenho em torno de 70% de ocupação do volume do contêiner, com tempo de processamento da ordem de seis horas para ambas as abordagens, considerando um carregamento de 100 caixas.

Por fim, Moura e Oliveira (2005) utilizam a metaheurística *GRASP* (*greedy randomized adaptive search procedure*) para resolver o *CLP*, sendo que o padrão de carregamento é obtido pela estratégia de paredes virtuais. Restrições de estabilidade e de orientação são tratadas com rigor. Testes computacionais indicam que o método proposto supera outras abordagens em termos do volume carregado face à restrição de estabilidade requerida.

2.2 O PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS E EXTENSÕES

De acordo com Campos (2008), o problema clássico de roteamento de veículos (*VRP – Vehicle Routing Problem*) consiste na definição de rotas de entregas para uma determinada frota de veículos, localizadas inicialmente em um depósito, que atendam às demandas de um conjunto de clientes dispersos geograficamente. Neste contexto, a restrição mais usual do problema está relacionada às capacidades dos veículos (carregamento, autonomia, depreciação,

entre outros). Assim, neste trabalho não há diferença substancial entre o CVRP e VRP e tais termos são utilizados de forma equivalente.

Baseado em Lin *et al.* (2009), o CVRP pode ser assim definido: Seja $G(V, E)$ um grafo não direcionado contendo o conjunto de vértices $V = \{0, 1, \dots, n\}$, onde o vértice “0” representa o depósito, enquanto que todos os outros vértices representam os clientes, sendo que cada cliente i possui uma demanda associada d_i . Cada arco $e \in E$ possui um comprimento não negativo $\ell(e)$. Dado G e dois números positivos e inteiros (K, C) , o CVRP consiste em encontrar um conjunto de rotas para os K veículos, satisfazendo as seguintes restrições:

- (i) Cada rota inicia e termina no depósito;
- (ii) Cada cliente é visitado por um único veículo;
- (iii) A demanda total de todos os clientes de uma subrota não excede a capacidade C do veículo.

O objetivo do CVRP é minimizar o somatório das distâncias de todas as subrotas. O CVRP é fortemente *NP-hard*, dado que é uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), demandando, portanto, elevado esforço computacional para obtenção da solução ótima através de busca exaustiva. Ainda conforme Lin *et al.* (2009), o CVRP pode ser modelado como um problema de programação inteira mista como segue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K C_{ij} X_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito à:} \quad \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N X_{ijk} d_i \leq Q^k \quad 1 \leq k \leq K, \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N X_{ijk} (C_{ij} + S_i) \leq T^k \quad 1 \leq k \leq K, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^N X_{ijk} = \sum_{j=1}^N X_{jik} \leq 1, \text{ para } i=0 \text{ e } k \in \{1, \dots, K\}, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N X_{ijk} \leq K, \text{ para } i=0, \quad (5)$$

onde C_{ij} é o custo para se ir do cliente i para o cliente j ; K é a quantidade de veículos disponível; N é o número de clientes; S_i é o tempo de serviço requerido pelo cliente i ; Q^k é a capacidade de carregamento do veículo k ; enquanto que T^k

é a máxima distância percorrida (rota) do veículo k e finalmente d_i é a demanda do cliente i . As variáveis $X_{ij}^k \in \{0, 1\}$ ($i \neq j$; $i, j \in \{0, 1, \dots, N\}$).

A equação (1) é a função objetivo do problema que, conforme já comentado, minimiza o somatório das distâncias de todas as subrotas. As restrições (2) referem-se à capacidade de carregamento do veículo e atendimento das demandas de cada cliente, onde $X_{ijk} = 1$, se o veículo k viaja do cliente i para o cliente j diretamente e $X_{ijk} = 0$, caso contrário. As restrições (3) referem-se à máxima distância permitida (autonomia de deslocamento) do veículo k . Já as restrições (4) garantem que toda rota tem início e fim no depósito, enquanto que a restrição (5) especifica que há no máximo K rotas partindo do depósito.

Segundo Belfiore (2006), o VRP pode ser classificado em diversas categorias, diferindo em aspectos relacionados ao tipo de operação, carga, frota utilizada, localização dos clientes, conjunto de restrições, entre outros inúmeros fatores. A autora propõe uma taxonomia para o VRP e suas variações, classificando o problema conforme 4 categorias: Função Objetivo; Restrições; Variáveis de Decisão e Hipótese/Recursos e por fim as Características do Problema. A seguir reproduz-se essa classificação:

- **Função Objetivo**

- Minimização dos custos totais de distribuição, englobando custos fixos (aquisição do veículo, remuneração dos motoristas, seguros, etc.) e variáveis (combustível, depreciação, etc.);
- Minimização da distância total percorrida;
- Minimização da duração das rotas (tempo de percurso);
- Maximização do nível de serviço;

- **Restrições do Problema**

- Capacidade de carregamento dos veículos;
- Tipo de carga transportada;
- Operação de carga e descarga;
- Quantidade e tipos de veículos disponíveis;
- Janela de tempo de atendimento de cada cliente;
- Atendimento total ou parcial das demandas;

- Prioridade no atendimento de cliente;
- Tempo máximo para carga e descarga;
- Restrição de fixação do serviço em algum dia da semana;
- Horário de início e término das viagens;
- Tempo máximo de viagem de um veículo;
- Distância máxima percorrida (autonomia);
- Locais de paradas fixas;

- **Variáveis de Decisão**

- Roteiro a ser percorrido por cada veículo;
- Designação de certo veículo para certo cliente;
- Tipo e quantidade de carga transportada para cada cliente da rota;
- Tempo de início de atendimento do primeiro cliente da rota;

- **Hipótese/Recursos e Características do Problema**

- Referente à operação:
 - Coleta;
 - Entrega;
 - Coleta e entrega simultâneas;
 - Coleta (ou entrega) com carga de retorno;
- Referente ao carregamento:
 - Carga única ou de lotação;
 - Múltiplas cargas ou carga fracionada;
- Referente ao tipo da demanda:
 - Determinística;
 - Estocástica;
 - Dinâmica;
- Referente à localização da demanda:
 - Demanda localizada somente em nós;
 - Demanda localizada somente em arcos;
 - Demanda localizada em arcos e nós;
- Tamanho da frota:
 - Finito;

- Infinito;
- Tipo de frota:
 - Homogênea (mesma capacidade de carregamento);
 - Heterogênea (diferentes capacidades de carregamento);

A denominação de cada problema, a partir da combinação dos parâmetros anteriormente descritos é a seguinte, conforme Belfiore (2006):

- **Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem – TSP*)**

Consiste em determinar um roteiro único de distância mínima de maneira que o caixeiro viajante (ou veículos) visite todos os nós (clientes) uma única vez. A rota tem início em um ponto fixo (depósito) e deve retornar a esse mesmo ponto fixo após visitar todos os clientes. No *TSP* não há restrições de carregamento e a demanda (quando existente) é determinística.

- **Problema do Carteiro Chinês (*Chinese Postman Problem – CPP*)**

O CPP difere do TSP pelo fato dos clientes estarem localizados nos arcos ao invés dos nós. Dessa forma, o problema do carteiro chinês enseja a determinação de um roteiro de custo mínimo, que inicia e finda em um ponto fixo (depósito) e percorra todos os arcos da rede uma única vez. Também não há restrições de carregamento e a demanda é determinística (quando existente).

- **Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes (*The Multiple Traveling Salesman Problem – MTSP*)**

O MTSP é uma extensão do TSP, onde ao invés de se determinar um único roteiro que visite todos os nós, determinam-se múltiplos roteiros. A quantidade de roteiros é balizada pela minimização da distância percorrida. As demais características do TSP se repetem.

- **Problema de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem – VRP*)**

O problema clássico de roteamento de veículos se apresenta como uma extensão do MTSP na medida em que restrições de carregamento são

impostas aos veículos. Devido a esse fato, o VRP é indistintamente denominado CVRP (*Capacitated Vehicle Routing Problem*). O problema tem como objetivo determinar um conjunto de roteiros de menor distância de forma que as demandas dos clientes sejam atendidas.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem – MDVRP*)**

Este problema generaliza o VRP pela incorporação de mais de um depósito. Neste caso, a rota de cada veículo deve partir e retornar a um depósito dentre os múltiplos existentes no problema, não havendo necessidade do depósito de origem ser o mesmo do depósito de destino.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Demandas em Arcos (*Capacitated Arc Vehicle Routing Problem - CARP*)**

O CARP generaliza o problema do carteiro chinês ao considerar que os veículos possuem restrições de capacidade. É também uma variação do VRP, diferindo em relação à localização dos clientes (arcos ao invés de nós)

- **Problema de Roteamento de Veículos com Demanda Estocástica (*Stochastic Vehicle Routing Problem – SVRP*)**

Difere do VRP clássico pelo fato da demanda ser probabilística ao invés de determinística.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionadas (*Vehicle Routing Problem with Split Deliveries– VRPSD*)**

Este problema é uma variação do VRP clássico pela relaxação da restrição de unicidade na entrega, ou seja, um cliente pode ser atendido por mais de um veículo, e sua demanda pode exceder a capacidade de carregamento do veículo (frota homogênea). Com relação à roteamento, tal relaxação conduz pertinência de um nó em duas rotas distintas simultaneamente.

- **Problema de Roteamento e Dimensionamento de Veículos com Frota Homogênea (*Fleet Size and Vehicle Routing Problem – FSVRP*)**

No FSVRP dispõe-se de uma frota ilimitada de veículos, sendo necessário determinar a quantidade mínima destes para atendimento da demanda dos clientes, além das rotas para cada um deles. Neste sentido o objetivo do problema é a minimização dos custos totais, parcelados em custos fixos (dimensionamento da frota) e custos variáveis (roteamento). Dado que a frota é homogênea, a capacidade de carregamento dos veículos bem como seus custos são iguais.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea Fixa (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem – HFFVRP*)**

Neste problema a capacidade de carregamento dos veículos não é a mesma, existindo portando diferentes tipos de veículos com diferentes capacidades de carregamento. Para cada tipo há uma quantidade limitada de veículos. Neste sentido o objetivo do problema é determinar a quantidade de veículos necessária e suas rotas para atender à demanda dos clientes, minimizando os custos de transporte.

- **Problema de Roteamento e Dimensionamento de Veículos com Frota Heterogênea (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem - FSMVRP*)**

O FSMVRP generaliza o HFFVRP pelo fato da quantidade de veículos de cada tipo ser ilimitada. O problema enseja a composição da frota (selecionar os tipos e a quantidade de veículos) e a roteamento, de forma que se atenda à demanda dos clientes minimizando os custos totais (fixos e variáveis)

- **Problema de Roteamento de Veículos Periódico (*Periodic Vehicle Routing Problem – PVRP*)**

Estende o VRP ao considerar uma restrição temporal para a realização das entregas. Nesse caso, o horizonte de tempo é de M dias, ao invés de apenas um dia como ocorre no problema clássico de roteamento de veículos.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Tempo Dependente (*Time Dependent Vehicle Routing Problem – TDVRP*)**

O TDVRP também é uma variação do problema clássico de roteamento de veículos pelo fato do tempo de deslocamento entre dois clientes, ou entre um cliente e o depósito, depender do horário do dia, além da própria distância entre os pontos. Essa consideração atende à uma restrição operacional do problema de roteamento, visto que em determinados horários do dia o tráfego de veículos é mais intenso, aumentando o tempo de deslocamento.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows – VRPTW*)**

Este problema acrescenta ao VRP a restrição de janelas de tempo para a entrega, ou seja, cada cliente deve ser atendido em determinada faixa de horário do dia. Caso o veículo visite o cliente antes do início da janela deve haver espera. As janelas de tempo também são consideradas para a partida e retorno dos veículos aos depósitos.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo Flexíveis (*Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows – VRPSTW*)**

O VRPSTW é uma variação do problema anterior, pelo fato da possibilidade de violação das janelas de tempo (antecipando ou atrasando), mediante o pagamento de penalidades.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery Problems – PDP e Dial-a-ride Problem – DARP*)**

No PDP a demanda dos clientes considera entrega e coleta de itens, sendo que esta última deve preceder a primeira. As cargas são transportadas a partir do depósito para os clientes, enquanto que um carregamento coletado é demandado por um cliente posterior e o transporte ocorre entre eles, resultando em uma relação de pendência.

Já o problema *dial-a-ride* recai em um PDP para o transporte de pessoas e as cargas são unitárias. O problema emerge de uma aplicação típica, onde os

clientes solicitam uma visita de um veículo em determinados pontos (nós) e horários

O quadro 2.1 reproduzido a seguir apresenta uma síntese dos principais problemas clássicos de roteamento de veículos, classificando cada problema conforme uma relação de parâmetros dispostos nas colunas.

QUADRO 2.1 - TAXONOMIA E CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS
 FONTE: BELFIORE (2006)

Problema	Número de Roteiros	Localização dos Clientes	Número de Depósitos	Demanda	Restrições	Quantidade de Entregas por Clientes	Variáveis de Decisão	Período	Frota	Quantidade de Veículos
TSP	1	Nós	1	Determinística	-	1	Rotas	1 Dia	Unitária	Finita
CPP	1	Arcos	1	Determinística	-	1	Rotas	1 Dia	Unitária	Finita
MTSP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	-	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
CVRP	Múltiplos	Arcos	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
MDVRP	Múltiplos	Nós	Múltiplos	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
SVRP	Múltiplos	Nós	1	Estocástica	Capacidade de Carregamento	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
VRPSD	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	Maior que 1	Rotas e Quantidade Entregue a cada Cliente	1 Dia	Homogênea	Finita
FSVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas e Dimensionamento da Frota	1 Dia	Homogênea	Infinita
HFFVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas	1 Dia	Heterogênea	Finita
FSMVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas, Composição e Dimensionamento da Frota	1 Dia	Heterogênea	Infinita
PVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento	1	Rotas	M Dias	Homogênea	Finita
TDVRP	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento e Tempo Dependente	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
VRPTW	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento e Janela de Tempo	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
VRPSTW	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento e Janela de Tempo Flexível	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita
PDP Dial-a-Ride	Múltiplos	Nós	1	Determinística	Capacidade de Carregamento e Pendência entre Tarefas	1	Rotas	1 Dia	Homogênea	Finita

Tendo em vista que o foco deste trabalho é a integração do CVRP com o BPP, é apresentada a seguir uma breve revisão teórica sobre alguns trabalhos na literatura que versam sobre o tema e possuem maior aplicabilidade nesta dissertação. Para uma análise mais detalhada sobre diversas abordagens para resolução do CVRP e suas variações, veja Toth e Vigo (2002). Com relação às variações do CVRP com janelas de tempo, ver Braysy e Gendreau (2005a) e Braysy e Gendreau (2005b).

Neste sentido, referente à primeira classe, alguns dos trabalhos são baseados em algoritmos *branch-and-cut* ou relaxação lagrangeana/geração de colunas (FUKASAWA *et al.*, 2006). Os autores testaram o algoritmo sob instâncias com mais de 135 clientes, obtendo para todas elas resultados ótimos. Um dos marcos na abordagem exata para o CVRP foi apresentado em Christofides *et al.* (1981), que trabalharam com limitantes lagrangeanos para a geração de subrotas. O algoritmo *branch-and-bound* foi capaz de resolver instâncias com até 25 clientes. Pesquisas recentes intensificam o emprego de planos de corte, como se verifica em Achuthan *et al.* (2003), que propuseram novos planos de corte baseados em um algoritmo *branch-and-cut* e testaram sob instâncias que contêm uma faixa de 15 até 100 clientes, além de 24 problemas clássicos da literatura. O trabalho produziu benefícios em termos de esforço computacional

Já em relação à segunda classe (métodos heurísticos), Campos e Mota (2000) apresentaram duas heurísticas: uma baseada em *scratch*, que gera uma solução inicial sem qualquer informação obtida a priori, e outra que emprega informações advindas de relaxações lineares fortes a partir do problema original. Os autores utilizaram técnicas de busca tabu para refinar as soluções iniciais. As heurísticas foram testadas sob instâncias da literatura com a quantidade de clientes variando de 22 a 135 clientes, obtendo soluções ótimas para a maioria delas.

Berger e Bakaoui (2003) apresentaram um algoritmo genético híbrido, trabalhando com a evolução de duas populações ao mesmo tempo, utilizando operadores que combinam variações de técnicas de roteamento e técnicas de busca. Por sua vez, Chen *et al.* (2006) propuseram uma abordagem híbrida baseada em nuvem de partículas e testaram sob instâncias clássicas com uma faixa de clientes variando de 33 a 155. Os resultados obtidos se aproximaram dos valores ótimos.

Também empregando técnicas metaheurísticas, Zhishuo e Yueting (2005) - desenvolveram um novo método baseado em colônia de formigas. O trabalho apresenta algumas inovações em relação às abordagens tradicionais da metaheurística para a resolução do CVRP, dentre elas o procedimento para a construção de subrotas, que são iniciadas randomicamente a partir dos vértices mais distantes ao invés de iniciarem nos depósitos. Na etapa de refinamento da solução atual, um algoritmo de varredura é aplicado sobre as subrotas, trocando pares de vértices entre elas. O trabalho apresentou resultados apenas 0,28% inferiores aos valores ótimos para as instâncias testadas, o que representa um desempenho superior entre outras abordagens baseadas em colônia de formigas para o CVRP.

A próxima seção discute a integração dos problemas de roteamento de veículos e carregamento de contêineres, apresentando uma definição do problema integrado, bem como uma relação de trabalhos que tratam do tema.

2.3 INTEGRAÇÃO DOS PROBLEMAS DE CARREGAMENTO DE CONTÊINERES E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Embora a aplicabilidade da abordagem integrada para problemas de roteamento de veículos e carregamento de contêineres seja extensa, o tratamento do problema além de escasso é recente.

Iori *et al.* (2006) apresentaram o 2L – CVRP (*Two Dimensional Capacitated Vehicle Routing Problem*), que consiste em uma simplificação do 3L – CVRP, com a restrição de sobreposição das caixas. Neste problema, o veículo possui um espaço para carregamento bidimensional, e a aplicabilidade reside na otimização da distribuição de itens que não podem ser carregados de maneira sobrepostas, uns sobre os outros. Os autores resolveram o problema de forma exata, utilizando um algoritmo *branch-and-cut*, para o roteamento, além de uma técnica *branch-and-bound* para o subproblema do roteamento.

Já o 3L – CVRP, proposto inicialmente por Gendreau *et al.* (2006) conforme já citado, generaliza do 2L – CVRP na medida em que o carregamento permite a sobreposição das caixas. De acordo com os autores, o 3L – CVRP objetiva a definição de rotas de menor custo para uma frota de veículos, para a distribuição de itens demandados por um conjunto de clientes. Todas as rotas devem ter início e

terminar no depósito. Os itens consistem em caixas regulares com peso e volume definido. Todos os itens demandados por um cliente devem ser entregues por um mesmo veículo (não é permitido entregas fracionadas), sendo que esses possuem a mesma capacidade de carregamento (espaço e peso). A solução do problema requer a determinação, para cada veículo, do conjunto de itens que devem ser carregados e que não excedam a capacidade de peso do veículo e ao mesmo tempo produza um carregamento factível sob a ótica espacial. As caixas devem ser carregadas com suas faces paralelas às faces do veículo, e é permitida a rotação das caixas em 90° no plano horizontal. Restrições de fragilidade também são usualmente consideradas, onde nenhum item pode ser carregado sobre itens frágeis. Ademais, restrições de estabilidade de carregamento são requeridas, ou seja, as caixas carregadas devem ter ao menos 55% de sua base suportada por outra caixa ou pelo piso do veículo. Por fim, para descarregamento dos itens demandados por certo cliente não seja necessária a movimentação de qualquer outra caixa que não pertença a esse mesmo cliente. A figura 2.5 apresenta uma instância exemplo para o 3L – CVRP, com oito clientes.

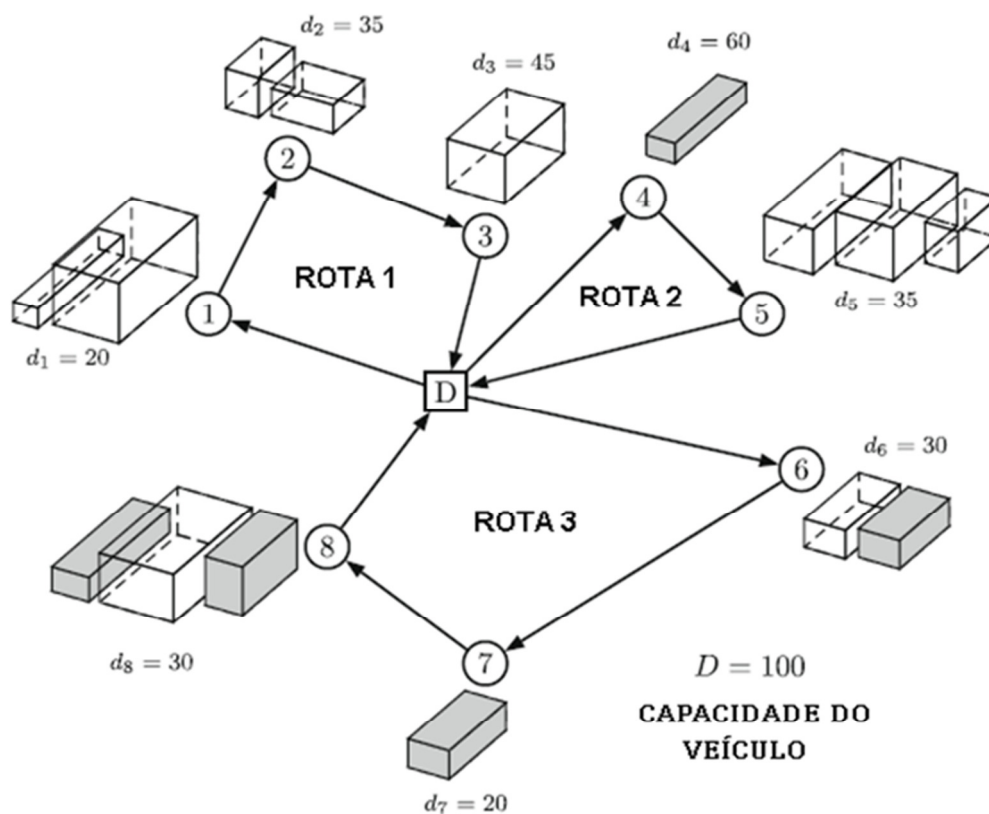


FIGURA 2.5 - INSTÂNCIA EXEMPLO PARA O 3L – CVRP
FONTE: Fuellerer *et al.* (2010)

A quantidade de itens demandado por cada cliente é representado pelo número de caixas e o peso total demandado pelo cliente i é indicado por d_i . A capacidade de carregamento dos veículos é $D = 100$ e esta não pode ser violada. Os itens frágeis são acinzentados. Uma solução factível para a instância acima é representada pela figura 2.6, onde as direções espaciais do compartimento de carga são representadas. Nota-se que os itens frágeis estão carregados sobre itens não frágeis e não há nenhum outro item carregado sobre eles. A estabilidade do carregamento é garantida pelo fato de que todas as caixas possuem ao menos 55% de sua base suportada por outra caixa ou pelo piso do contêiner (veículo).

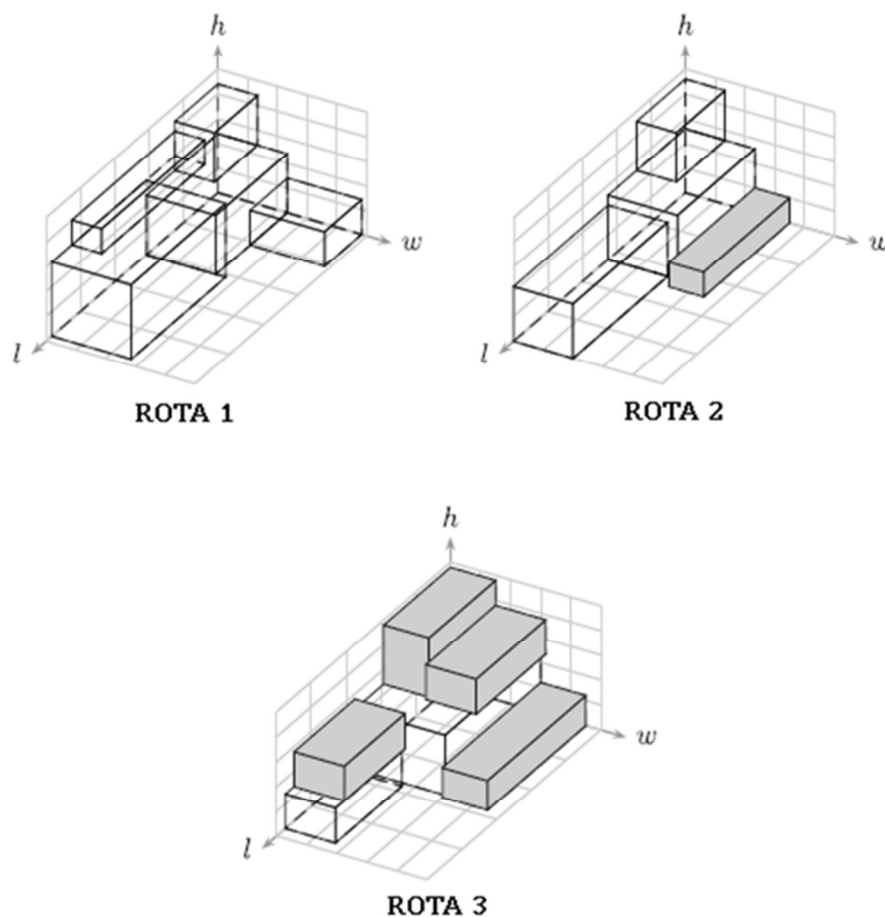


FIGURA 2.6- POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA A INSTÂNCIA EXEMPLO
 FONTE: Fuellerer *et al.* (2010)

Para a resolução do 3L – CVRP, Gendreu *et al.* (2006) propõem uma busca tabu para a resolução do problema de roteamento que invoca iterativamente uma outra busca tabu para a solução do subproblema do carregamento. Os autores

utilizaram o trabalho de Iori *et al.* (2006) para a geração das primeiras instâncias do 3L – CVRP e assim avaliar a busca tabu proposta. O trabalho também utilizou instâncias reais, advindas de uma empresa italiana de distribuição de móveis.

Araújo (2006) resolveu o 3L – CVRP com foco maior no problema do carregamento. O autor propôs um algoritmo de múltiplos inícios com memória adaptativa e padrões de carregamento baseado em cubóides para a resolução do CLP, enquanto que ao roteamento foi resolvida com base na heurística construtiva paralela de Clarke e Wright (1964), refinada por um mecanismo de busca em duas vizinhanças. Os resultados comparados com o de Gendreau *et al.* (2006), melhorando as soluções obtidas em 4,52% em média.

Tarantilis *et al.* (2009) apresentam uma metaheurística híbrida baseada em busca tabu e busca local guiada (*Guided Local Search – GLS*). O carregamento é resolvido com o emprego de uma coleção de heurísticas de empacotamento. Os testes computacionais também foram feitos sobre as mesmas instâncias de Gendreau *et al.* (2006), produzindo soluções melhores para a maioria delas, produzindo em média, 3,54% de melhoria nos resultados. Cabe destacar que o tempo computacional também foi significativamente menor para a maioria das instâncias testadas. Os autores também propuseram novas instâncias para o problema.

Fuellerer *et al.* (2010) empregam a metaheurística colônia de formigas (*Ant Colony Optimization – ACO*) para a resolução do problema. O método utiliza procedimentos heurísticos simplificados e rápidos para a resolução do subproblema do carregamento, enquanto que o problema principal do roteamento é baseado em um procedimento de *savings-based ACO*, desenvolvido por Reimann *et al.* (2002), inspirado no método das economias proposto por Clarke e Wright (1964) com modificações no mecanismo de busca local. O trabalho foi avaliado sobre as mesmas instâncias teóricas resolvidas em Gendreau *et al.* (2006) e comparados com o respectivo trabalho. Os resultados obtidos foram em média 6,98 % melhores, com significativa redução do tempo de processamento para a maioria das instâncias.

Como já comentado, a literatura dispõe de poucos trabalhos que abordam o 3L – CVRP. Alguns estudos tratam variações do problema, como Campos (2008), que propõe a integração entre o problema de roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento, frota heterogênea e janelas de tempo, denominado pelo autor de 3L – FSMVRPTW (*Three Dimensional Loading*

Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows). Todavia, justificam-se novas propostas para a resolução do 3L – CVRP pela escassez do tema na literatura. Dessa forma, o próximo capítulo apresenta o problema detalhadamente e propõe o método de solução desenvolvido neste trabalho.

3 PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS COM RESTRIÇÕES TRIDIMENSIONAIS DE CARREGAMENTO

Este capítulo inicialmente apresenta uma descrição detalhada do 3L – CVRP. Posteriormente é apresentada a estratégia para a resolução do problema, onde são discutidos de forma mais minuciosa os trabalhos que embasam o desenvolvimento da heurística proposta neste estudo.

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com Fuellerer *et al.* (2010), o 3L – CVRP pode ser descrito como: dado um grafo completo e não orientado $G = (V, E)$, onde $V = \{0, 1, \dots, n\}$ é um conjunto de $n+1$ vértice e c o conjunto de arestas conectando cada par de vértices. O vértice “0” corresponde ao depósito, enquanto que $\{1, \dots, n\}$ é o conjunto de n clientes que devem ser visitados. Cada arco é denotado por (i, j) e possui um custo de deslocamento c_{ij} com $(i, j = 0, \dots, n)$. Também é dada uma frota de v veículos idênticos, com a mesma capacidade de carregamento (compartimento de carga idêntico), sendo D a capacidade de peso e uma capacidade espacial definida por uma largura W , uma altura H e um comprimento L . Cada veículo possui uma abertura na parte traseira para as operações de carga e descarga. Assume-se que essa abertura possui a mesma dimensão do retângulo formado pela largura e altura do compartimento de carga $W \times H$ (ver figura 3.1)

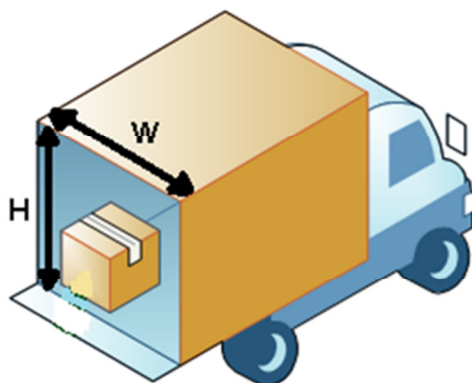


FIGURA 3.1 - ABERTURA PARA OPERAÇÕES DE CARGA E DESCARGA
FONTE: O Autor (2010)

A demanda do cliente i é formada por um conjunto de m_i itens, cujo peso total é d_i , com $(i = 1, \dots, n)$. Cada um dos k itens do cliente i , denotado por I_{ik} , consiste em um cubóide tridimensional, com largura w_{ik} , altura h_{ik} e comprimento l_{ik} (ver figura 3.2) $(i = 1, \dots, n : k = 1, \dots, m_i)$. O volume total demandado pelo cliente i é denotado por $vol_i = \sum_{k=1}^{m_i} w_{ik} h_{ik} l_{ik}$.

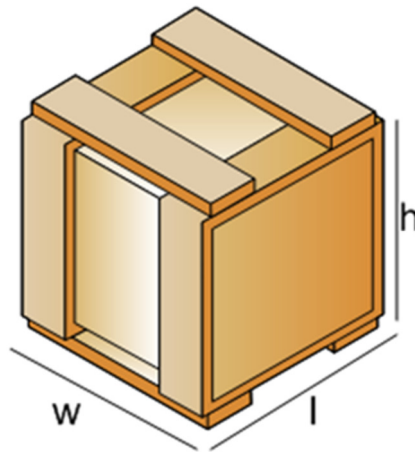


FIGURA 3.2 - CAIXA OU ITEM A SER CARREGADO
FONTE: O Autor (2010)

O 3L – CVRP objetiva encontrar um conjunto de no máximo v subrotas (uma para cada veículo), tal que cada subrota inicie e termine no depósito e cada cliente seja visitado uma única vez e por apenas um veículo (entregas fracionadas não são permitidas). O carregamento de cada veículo deve ser tridimensionalmente factível e o somatório das distâncias de todas as subrotas deve ser minimizado. A factibilidade do carregamento tridimensional é garantida se as caixas carregadas não excederem a capacidade de peso D e se existir um arranjo de caixas que satisfaça as restrições do 3L – BPP clássico, além de restrições adicionais de cunho operacional, listadas a seguir:

- Os itens devem ser carregados com suas faces paralelas às faces do veículo (carregamento ortogonal). Rotações no plano $w-l$ são permitidas, mas a orientação da altura deve ser fixa (atende às características reais de caixas com indicação “este lado para cima”).
- Um parâmetro f_{ik} é utilizado para indicar a fragilidade dos itens. Se $f_{ik} = 1$ indica que o item é frágil e $f_{ik} = 0$, caso contrário. Itens não frágeis não

podem receber outros itens sobre eles. Demais combinações são permitidas.

- Quando um item I_{ik} é carregado, sua base deve ter uma parcela mínima suportada $\bar{A} \geq aw_{ik}l_{ik}$ (pelo topo de um outro item ou pelo piso do contêiner), onde $0 < a \leq 1$ é um parâmetro que representa a mínima fração da área da base de que deve ser suportada. Claramente, quando um item é carregado diretamente sobre o piso do veículo, a estabilidade do carregamento é sempre satisfeita.
- Quando um cliente i é visitado, o descarregamento de todos os itens I_{ik} demandados por esse cliente deve atender a movimentos retos e paralelos à face L (comprimento) do veículo e nenhum outro item pertencente à outro cliente deverá ser movimentado, isto é, deve-se atender à política *LIFO* (*Last In-First Out*, último que entra é o primeiro que sai).

Neste trabalho, as restrições descritas anteriormente serão todas consideradas. Quando houver alguma relaxação será indicado. Na sequência a abordagem proposta para a resolução do problema é apresentada.

3.2 ESTRATÉGIA PARA A RESOLUÇÃO DO 3L - CVRP

Os trabalhos encontrados na literatura preveem a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento em dois estágios, onde o problema do roteamento é eleito como principal, enquanto que o subproblema do roteamento é resolvido de forma recursiva durante a otimização do roteamento (WANG *et al.*, 2009). No lastro dessa mesma estrutura, a estratégia proposta neste trabalho é apresentada na figura 3.3.

Os dados de entrada (instâncias) contêm informações sobre a quantidade e localização de cada um dos clientes, bem como a localização do depósito. Para cada cliente é informado a quantidade de caixas demandadas, suas dimensões e respectivos pesos, além do percentual da área da base requerido para gerar um carregamento estável. Também são indicadas quais caixas são frágeis. Acerca dos veículos, têm-se nos dados de entrada a quantidade disponível, dimensões

características do espaço reservado para o carregamento (largura, comprimento e altura) e a capacidade de carregamento com relação ao peso.

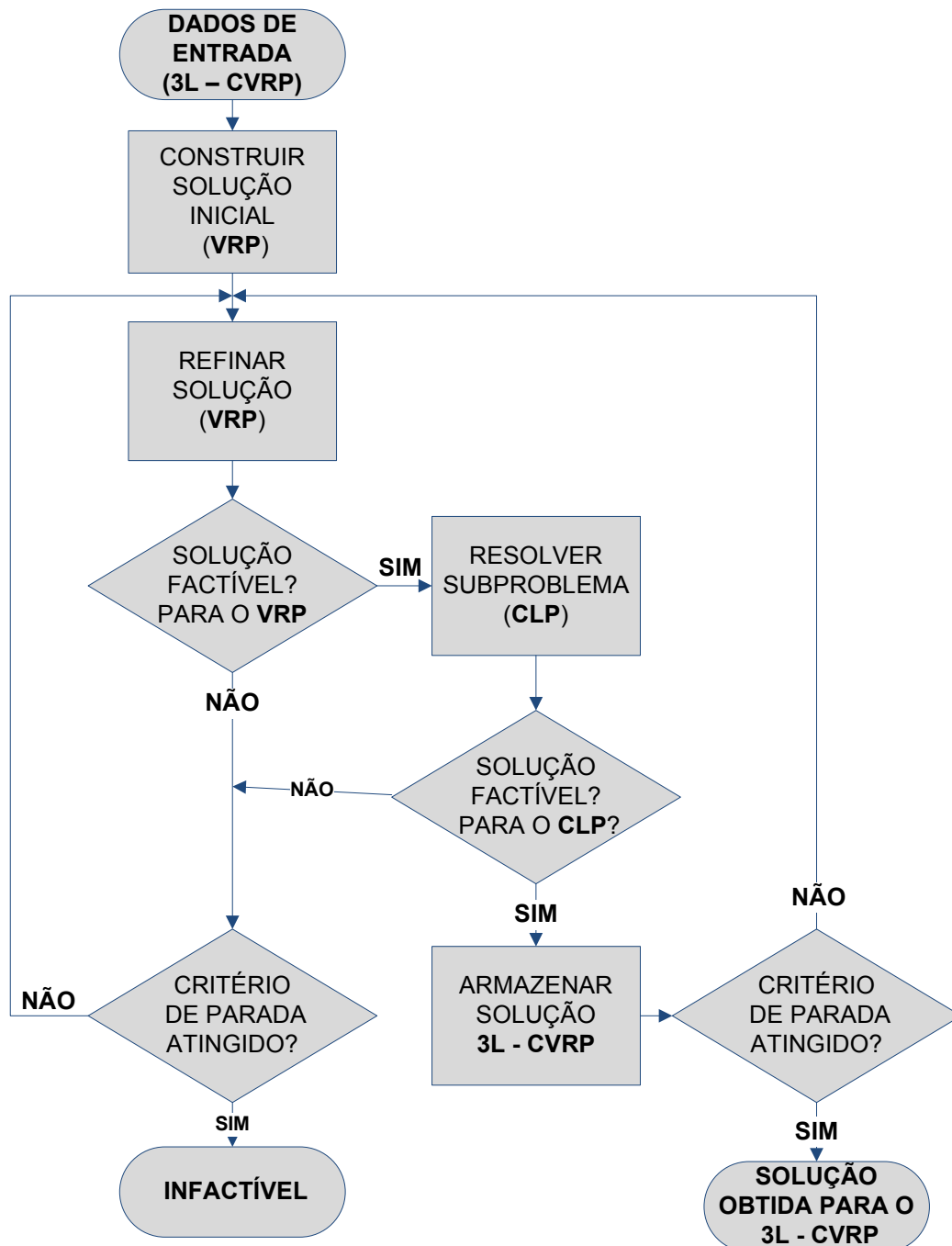


FIGURA 3.3 - ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DO 3L – CVRP
FONTE: O Autor (2010)

A solução obtida fornece as subrotas que cada veículo deve realizar juntamente com a ordem (sequência) de clientes a ser visitado e a sequência de carregamento de cada um deles. O somatório das distâncias de todas as subrotas é

mínimo. A próxima seção apresenta os subproblemas ensejados na estratégia de resolução.

3.2.1 Resolução do Problema do Roteamento de Veículos Capacitados

Para a resolução do CVRP foi realizada uma composição de heurísticas com base em trabalhos clássicos da literatura. O procedimento emprega dois estágios: agrupamento e roteamento, cuja discussão é apresentado a seguir.

3.2.1.1 O problema de agrupamento (*clusterização*)

O problema das p -medianas é introduzido com o objetivo de determinar no grafo formado pelos clientes, p -pontos principais, que representam sementes ou depósitos fictícios. A cada uma destas medianas, os demais pontos de demanda são designados, de modo a formar p -conjuntos iniciais (p -grupos) de pontos, cada um com “capacidade” igual à capacidade de carregamento dos veículos, que é o mesmo para todos eles (frota homogênea). A estratégia de resolução reside na teoria dos grafos que tem por objetivo localizar facilidades (ou instalações) ao longo de uma rede viária. Estas facilidades (p -medianas) devem ser escolhidas de forma a minimizar a soma da distância de cada um dos pontos à facilidade mais próxima, ponderada por um fator de demanda. Uma descrição mais formalizada para o problema é apresentada a seguir.

Para um grafo $G(V, E)$, define-se como número de *out*-transmissão e *in*-transmissão, para cada ponto $v_i \in V$, como sendo, respectivamente:

$$\sigma_0(v_i) = \sum_{v_j \in V} \theta_j w(v_i, v_j) \quad \text{e} \quad \sigma_t(v_i) = \sum_{v_j \in V} \theta_j w(v_j, v_i) \quad \text{onde, o vetor } w(v_i, v_j) \text{ é a distância}$$

entre o vértice v_i e v_j e θ_j é o peso associado ao ponto v_j . De acordo com Christofides (1981), são chamadas de *out*-mediana e *in*-mediana de um grafo, respectivamente, os pontos que satisfazem as seguintes condições:

$$\sigma_0(\bar{v}_0) = \min_{v_i \in V} [\sigma_0(v_i)] \quad \text{e} \quad \sigma_t(\bar{v}_t) = \min_{v_i \in V} [\sigma_t(v_i)]$$

Para generalizar os conceitos de *out*-transmissão e *in*-transmissão e para p -medianas, considera-se V_p um subconjunto do conjunto de pontos V do grafo

$G(V, E)$, que possui p elementos, isto é, a cardinalidade de V_p é p (ou, simplesmente, $|V_p| = p$). Define-se ainda, $w(V_p, v_j) = \min_{v_i \in V} [w(v_i, v_j)]$ e $w(v_j, V_p) = \min_{v_i \in V} [w(v_j, v_i)]$ onde $w(V_p, v_j)$ representa a distância do subconjunto de pontos V_p até o ponto v_j e $w(v_j, V_p)$ indica a distância do vértice v_j até o subconjunto V_p . Analogamente ao procedimento para um só vértice, definem-se os números de *out*-transmissão e *in*-transmissão, respectivamente, para o conjunto V_p , da seguinte forma: $\sigma_0(V_p) = \sum_{v_j \in V} \theta_j w(V_p, v_j)$ e $\sigma_t(V_p) = \sum_{v_j \in V} \theta_j w(v_j, V_p)$. Finalmente, denomina-se de *p-out*-mediana e *p-in*-mediana os conjuntos \bar{V}_{po} e \bar{V}_{pt} respectivamente, para os quais $\sigma_0(\bar{V}_{po}) = \min_{V_p \subset V} [\sigma_0(V_p)]$ e $\sigma_t(\bar{V}_{pt}) = \min_{V_p \subset V} [\sigma_t(V_p)]$.

Neste trabalho, considera-se um grafo não orientado, tornando indiferente o conceito de *p-out*-mediana e *p-in*-mediana e, que doravante será denominado apenas de *p*-mediana, simplificando consideravelmente a notação utilizada.

A despeito da estratégia de resolução, o problema das *p*-medianas pode ser resolvido de forma exata (HAKIMI, 1965), usando enumeração exaustiva ou programação inteira. Todavia, para problemas de grande porte (grande quantidade de pontos), torna-se necessário recorrer a métodos aproximados (heurísticos) tendo em vista o esforço computacional requerido pelos métodos exatos ser muito elevado. Ainda que exista na literatura, uma vasta gama de abordagens heurísticas para a resolução do problema das *p*-medianas com uma grande quantidade de pontos, destaca-se o algoritmo proposto por Teitz e Bart (1968) pela eficiência, estabilidade e poder de generalização.

No supracitado algoritmo, inicialmente escolhe-se um conjunto S formado por p pontos, considerado como uma aproximação do conjunto \bar{V}_p das medianas. Verifica-se se algum ponto $v_i \in (V - S)$ pode substituir, de acordo com o algoritmo apresentado a seguir, algum ponto $v_j \in V$, produzindo um novo conjunto S' tal que $S' = S \cup \{v_i\} - \{v_j\}$ e $\sigma(S') < \sigma(S)$. Se isto for possível, substitui-se v_j por v_i e S' é considerado uma nova aproximação para o conjunto S , onde nenhuma substituição de pontos produza um número de transmissão menor. A figura 3.4 apresenta o algoritmo detalhadamente.

Passo 1. Construa um conjunto inicial S , com p elementos de V ;

Passo 2. Rotule todos os pontos $v_i \notin S$ como “não-analisados”;

Passo 3. Enquanto existirem pontos “não-analisados” no conjunto $(V-S)$, faça:

- a) Selecione um vértice “não-analisado” $v_i \in (V - S)$, e calcule a redução Δ_{ij} do número de transmissão, $\forall v_j \in S$:

$$\Delta_{ij} = \sigma(S) - \sigma(S \cup \{v_i\} - \{v_j\});$$
- b) Faça $\Delta_{ijo} = \max_{v_j \in S} \{\Delta_{ij}\}$;
- c) Se $\Delta_{ijo} > 0$ faça $S \leftarrow S \cup \{v_i\} - \{v_j\}$ rotulando v_{jo} como “analisado”;
- d) Se $\Delta_{ijo} \leq 0$ rotule v_i como “analisado”.

Passo 4. Se durante a execução do passo 3 ocorrer modificações no conjunto S , volte para o passo 2. Caso contrário PARE. O conjunto S será uma aproximação para o problema das p -medianas.

FIGURA 3.4 - ALGORITMO DE TEITZ E BART (1968)
 FONTE: O Autor (2010)

3.2.1.2 Procedimentos para construção de rotas

A construção da solução inicial é de grande importância para a obtenção de uma solução final de qualidade em problemas de otimização combinatória, pois algoritmos que se concentram na melhoria de uma solução inicial pobre não conseguem obter bons resultados em tempo de processamento factível (CAMPOS, 2008). Dessa forma, os procedimentos para a geração de soluções iniciais devem permitir que a etapa de refinamento da solução não necessite de grande tempo computacional para isto.

São muitos os trabalhos possibilitam a construção de soluções iniciais factíveis e de boa qualidade. Neste trabalho optou-se pelo algoritmo da inserção mais econômica, devido à Rosenkrantz *et al.* (1977). Segundo Steiner *et al.* (2000)

esta heurística atende a um conjunto de critérios que garantem certa eficiência para a etapa de refinamento posterior. Uma descrição mais formal da heurística é apresentada pela autora e reproduzida na figura 3.5:

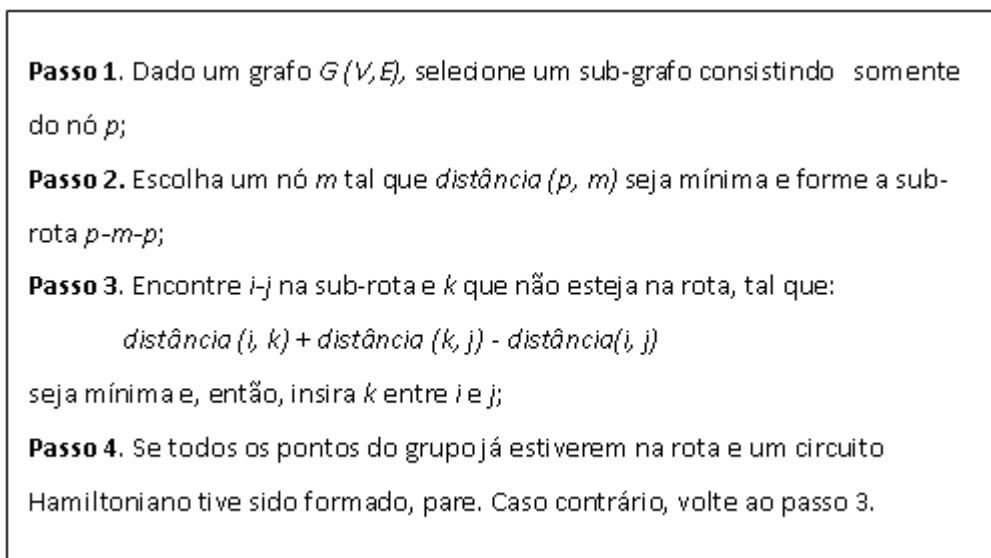


FIGURA 3.5 - ALGORITMO DA INSERÇÃO MAIS ECONÔMICA
FONTE: Adaptado de Steiner *et al.* (2000)

3.2.1.3 Algoritmos de melhorias de rotas

Segundo Campos (2008), os algoritmos de melhoria geram novas soluções a partir de modificações na estrutura da solução incumbente, utilizando operadores de geração e busca em vizinhança. Essa busca pode ser feita de maneira isolada ou empregar técnicas metaheurísticas, múltiplos inícios, memória adaptativa, aleatoriedade, entre outros elementos.

No caso dos algoritmos de melhorias de rotas, o refinamento da solução incumbente busca reduzir a distância total percorrida advinda de uma solução inicial obtida a priori. A melhor classe conhecida de algoritmos é a heurística de trocas de arcos $k-opt$ de Lin e Kernighan (1973), sendo as trocas $2-opt$ (2 arcos) e $3-opt$ (3 arcos) as mais utilizadas. Deve-se destacar que boas soluções iniciais são fundamentais para que se obtenham boas soluções finais (COSTA, 1997; CAMPOS, 2008).

Os métodos $k-opt$ buscam a melhoria pela substituição de k arcos no roteiro estabelecido anteriormente, isto é, k arcos são removidos do roteiro e substituídos por outros k arcos. Caso alguma melhoria seja detectada (redução na

distância total), a troca é aceita e o novo arco passa a compor a solução incumbente. Neste presente trabalho esta dinâmica se repete até que nenhuma troca resulte em melhoria.

Conforme apontado por Laporte *et al.* (1999), o processo de melhoria $k-opt$ finaliza em um mínimo local e possui ordem de complexidade $O(nk)$. Quanto maior for o valor de k , melhor será a solução, entretanto o esforço computacional requerido também será maior. Isto leva a um *trade-off* entre qualidade e tempo computacional. Dessa forma, trocas $4-opt$ e superiores ensejam um custo computacional relativamente superior à melhoria da solução obtida.

A figura 3.6, a seguir, ilustra o caso particular da troca $2-opt$. No roteiro, as trocas entre os arcos (2,3) e (7,6) implica que os nós que seriam visitados após o nó 2 (nós 3, 4 e 8) sejam visitados após o nó 7. Da mesma forma, os nós que seriam visitados após o nó 7 (nós 6, 5 e 1) sejam visitados após o nó 3.

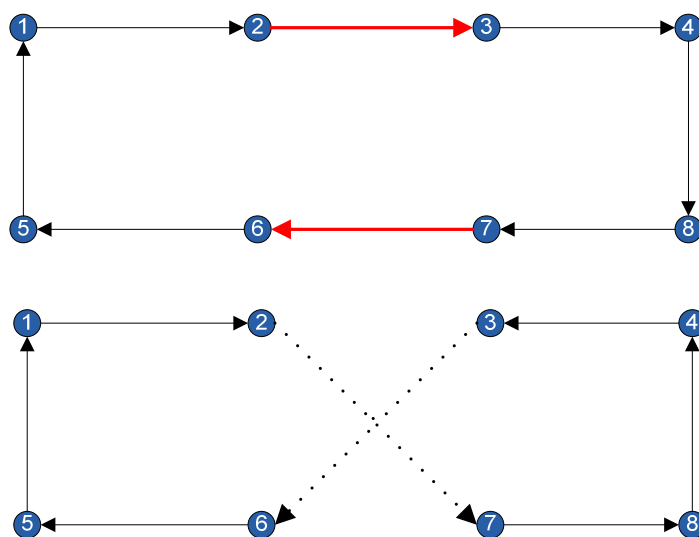


FIGURA 3.6 - TROCAS 2 – OPT
FONTE: O Autor (2011)

Para as trocas $3-opt$, ocorrem sete diferentes possibilidades de novas rotas. Comparando as trocas $2-opt$ e $3-opt$, evidencia-se que dessas 7 novas possibilidades 3 recaem em melhoria $2-opt$ (trocas 2, 4 e 7 da figura 3.7), dado que não houve substituição dos arcos 1-2, 3-4 e 4-6, respectivamente. Logo, na melhoria $3-opt$, quatro novas alternativas de rotas são avaliadas a cada iteração (melhorias 1, 3, 5 e 6).

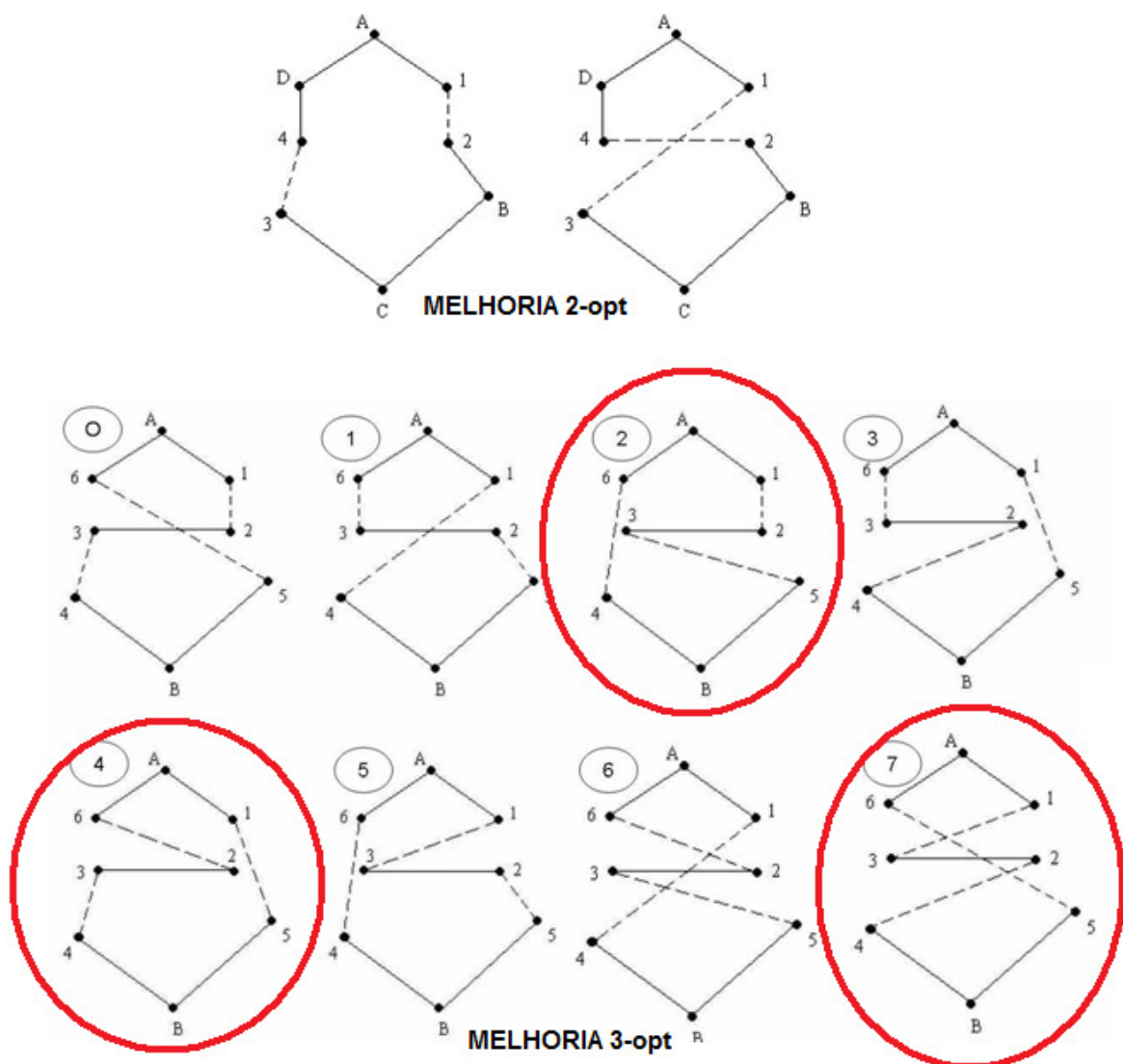


FIGURA 3.7 - COMPARAÇÃO DAS TROCAS 2-opt E 3-opt
 FONTE: Adaptado de Costa (1997)

A figura 3.8 apresenta os algoritmo de melhoria $k-opt$. Para melhorias 2-opt e 3-opt, k assume os valores 2 e 3 respectivamente. Cabe destacar que a melhoria 2-opt se aplica para grafos que possuam ao menos 4 vértices. Da mesma forma, a melhoria 3-opt requer que o grafo tenha ao menos 6 vértices.

Passo 1. Dado um grafo $G(V, E)$ com um respectivo ciclo hamiltoniano $s = [v_1, \dots, v_n]$. Remove-se k arestas de s , obtendo uma solução s' .

Passo 2. Constrói-se todas as soluções viáveis contendo s' .

Passo 3. Encontra-se a melhor solução dentre as encontradas no passo 2 e a armazena.

Passo 4. Remove-se outras k arestas ainda não selecionadas e retorne ao passo 2 até que todas as arestas tenham sido selecionadas.

FIGURA 3.8 - ALGORITMO DE MELHORIA $k - opt$
 FONTE: O Autor (2011)

A próxima seção apresenta a abordagem proposta para a resolução do CVRP, que será posteriormente empregada para a resolução do 3L - CVRP.

3.2.1.4 Abordagem Proposta para a Resolução do CVRP

A estratégia para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados inicia com o agrupamento dos clientes pelo algoritmo de Teitz e Bart (1968), ajustado *a priori*, para definição da quantidade de medianas conforme a capacidade dos veículos e, *a posteriori*, para os agrupamentos formados. Neste trabalho considera-se a frota homogênea (todos os veículos possuem a mesma capacidade), porém o algoritmo proposto está generalizado para o caso de frota heterogênea (SCARPIN *et al.*, 2010). Ambos os ajustes configuram uma nova heurística, aqui denominada *k-fit*.

Na sequência, cada agrupamento é roteirizado, sendo que a rota inicial é gerada pela heurística construtiva de inserção mais econômica e refinada pelas heurísticas de melhoria $2 - opt$ e $3 - opt$, respectivamente. A abordagem completa, publicada em Guimarães *et al.* (2010), é apresentada na figura 3.9 a seguir. Vale salientar que a heurística *k-fit* proposta é composta pelos passos 1, 3 e 4.

Início do Método:

Passo 1 – Definição da quantidade de medianas: Seja n o número de clientes a serem atendidos, $d_i = \{i=1, \dots, n\}$ as demandas da cada cliente e C a capacidade de cada veículo.

1.1 – Dada a demanda total de todos os clientes D , soma-se a quantidade de veículos necessária para que se atenda a essa demanda. O k -ésimo veículo que atende à demanda determina k medianas.

Passo 2 – Agrupamento dos pontos pela heurística de Teitz e Bart (1968), com a quantidade p de medianas obtidas no passo 1 ($p = k$).

Passo 3 – Designação dos veículos para cada agrupamento:

3.1 – Ordena-se os agrupamentos encontrados no Passo 2 em ordem crescente de demandas (lista de agrupamentos).

3.2 – Alinha-se a lista de capacidades à lista de agrupamentos, designando cada veículo a um agrupamento (vinculada a uma mediana), gerando-se uma lista com p pares de conexão (agrupamento-veículo).

Passo 4 – Ajuste dos agrupamentos:

4.1 – Aplica-se a heurística de inserção mais econômica na criação de um roteiro entre as medianas, iniciando e terminando a rota no depósito central. Criando uma ordem de pares agrupamento-veículo.

4.2 – Para cada p -agrupamento-veículo, decrescendo de $j = p$ até 2, verifica-se se há excesso de demanda.

4.2.1 – Se sim, escolhe-se como pontos excedentes aqueles que estão mais próximos do agrupamento subsequente (agrupamento $p = j - 1$) e os insira neste agrupamento.

4.2.2 – Senão, avalie o próximo agrupamento ($p = j - 1$).

4.3 – Para cada p -agrupamento-veículo, crescendo de $j = 1$ até $(p - 1)$, verifica-se se há excesso de demanda.

4.3.1 – Se sim, escolhe-se como pontos excedentes aqueles que estão mais próximos do agrupamento subsequente (agrupamento $p = j + 1$) e os insira neste agrupamento.

4.3.2 – Senão, avalia-se o próximo agrupamento ($p = j + 1$).

Passo 5 – Construção das rotas para cada agrupamento:

5.1 – Aplica-se a heurística construtiva de inserção mais econômica em cada agrupamento para obtenção de uma rota inicial.

5.2 – Aplica-se a heurística de melhoria *2-opt*.

5.3 – Aplica-se a heurística de melhoria *3-opt*.

Fim do Método

FIGURA 3.9 – HEURÍSTICA PARA A RESOLUÇÃO DO CVRP

FONTE: O Autor (2011)




As rotinas 4.2 e 4.3 garantem que não haja excesso de demanda em cada veículo, viabilizando o carregamento. Da mesma forma, ao se definir a quantidade necessária de veículos para o atendimento do conjunto de rotas, também é garantido que a demanda é atendida totalmente.

3.2.2 Resolução do Problema do Carregamento de Contêiner

Utilizou-se neste trabalho um *software* comercial para a resolução do CLP. Dentre algumas opções disponíveis, optou-se pelo sistema CargoWiz™, desenvolvido pela empresa *Softtruck*, pela usabilidade, desempenho e possibilidade de automação da operacionalização do processo de carregamento. O sistema CargoWiz™ está disponível para *download* no sítio [www.softtruck.com/Container Loading Software download.htm](http://www.softtruck.com/Container>Loading Software download.htm), versão completa para avaliação durante 20 dias. O *software* permite modelar as restrições de fragilidade, estabilidade do carregamento e política de descarregamento *LIFO* requeridas pelo 3L – CVRP.

O CargoWiz™ emprega procedimentos heurísticos que carregam o veículo por camadas a partir do fundo do contêiner, com opções que alteram o padrão de carregamento. O *software* possui amigável interface e bons recursos gráficos que permitem visualizar o carregamento em tempo real. A entrada de dados pode ser facilmente automatizada com o uso do Microsoft Office Excel™. A figura 3.10 apresenta um contêiner carregado pelo CargoWiz™. Os dados do carregamento se referem à instância número 1, código 2502505, da classe 1, proposta por Bischoff e Ratcliff (1995a). O contêiner possui 587 x 233 x 220 centímetros de comprimento, largura e altura, respectivamente. Os dados das caixas são apresentados na tabela 3.1 a seguir (dimensões em centímetros).

TABELA 3.1 - INSTÂNCIA 2502505 DE BISCHOFF E RATCLIFF (1995)

Comprimento	Altura	Largura	Quantidade	Rotações Permitidas	Cor
108	76	30	40	2	
110	43	25	33	4	
92	81	55	39	6	

FONTE: O Autor (2010)

A ocupação para a primeira tentativa foi de 82,2% com 95 das 112 caixas carregadas das (figura 3.10a). Neste carregamento todas as 33 caixas verdes foram carregadas, sendo que 12 caixas da cor vermelha e 5 caixas da cor amarela não foram carregadas. Já a melhor ocupação do volume do contêiner após 4 tentativas foi de 85,2 % (figura 3.10b), carregando todas as caixas verdes e deixando 5 caixas vermelhas e 7 caixas amarelas fora do contêiner. Esse mecanismo de repetição gera diferentes padrões de carregamento, o que pode aumentar a taxa de ocupação do volume do contêiner.

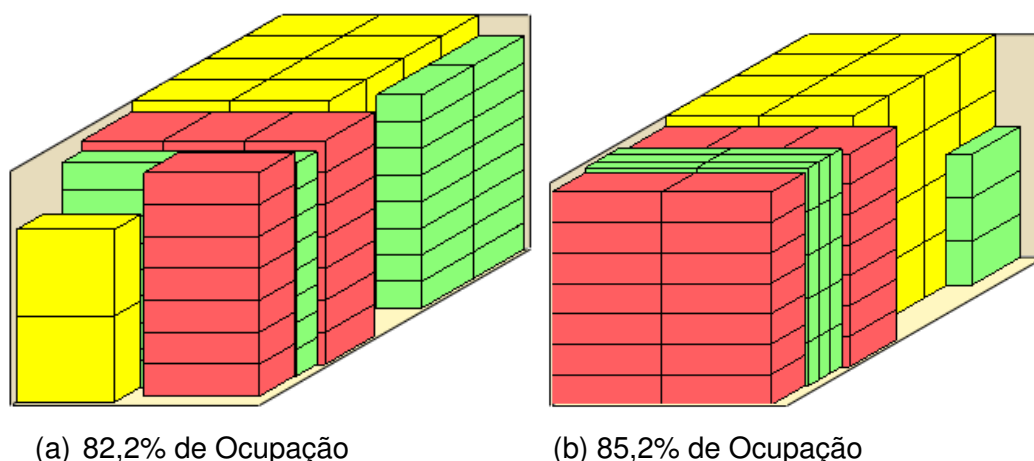


FIGURA 3.10 - CARREGAMENTO OBTIDO PARA A INSTÂNCIA 2502505
 FONTE: O Autor (2010)

Na seção 4.2 são apresentados os resultados obtidos pelo CargoWizTM para o conjunto de 700 instâncias de Bischoff e Ratcliff (1995) em comparação com outros trabalhos da literatura avaliados sobre as mesmas instâncias. O *software* também é avaliado para a resolução do 3L – BPP, onde testes computacionais para as instâncias de Gendreau *et al.* (2006) são apresentados.

3.2.3 Integração do CVRP com o CLP para a Resolução do 3L - CVRP

A proposta para a resolução do 3L – CVRP baseia-se em Guimarães *et al.* (2010), conforme detalhamento apresentado na seção 3.2.1, e a resolução do CLP fica a cargo do *software* CargoWizTM. Mantendo a mesma dinâmica para a resolução do CVRP, que consiste em primeiramente agrupar os clientes conforme suas

demandas respectivas para depois definir as rotas para os agrupamentos formados. A adoção da estratégia de primeiramente agrupar para depois roteirizar justifica-se pelo desempenho superior desta em relação ao inverso para a maioria dos casos (SCARPIN *et al.*, 2010).

Para tanto, desenvolveu-se nesse trabalho dois parâmetros de controle de ociosidade, um mínimo e outro máximo, para viabilizar o carregamento conforme os clientes vão sendo agrupados.

3.2.3.1 Limites de Ociosidade

Primeiramente, define-se para cada cliente uma demanda volumétrica, a partir do somatório das dimensões individuais de cada item demandado. Formalmente tem-se: Dado um cliente i , demandado um conjunto de m_i itens, onde cada item k ($k = 1, \dots, m_i$) consiste em caixas retangulares com largura w_{ik} , altura h_{ik} e comprimento l_{ik} , define-se como volume total demandado pelo cliente i por $vol_i = \sum_{k=1}^{m_i} w_{ik} * l_{ik} * h_{ik}$. O agrupamento dos clientes é feito a partir dessa demanda volumétrica e da quantidade de veículos disponíveis (definida *a priori*) utilizando o mesmo algoritmo de Teitz e Bart (1968).

Após a formação de todos os agrupamentos, define-se o conceito de ociosidade e calculam-se então os respectivos limites de ociosidade permitidos (inferior e superior), que objetivam impedir que um veículo seja carregado com uma grande demanda volumétrica, o que minimiza as chances de se obter um carregamento factível durante a resolução do CLP, e ao mesmo tempo impedir que esse mesmo veículo trafegue com grande ociosidade, o que acarreta em custos operacionais desnecessários.

Dado a capacidade volumétrica de carregamento do veículo, denotada por C (frota homogênea), para cada agrupamento p , formado por n pontos, onde $p = 1, \dots, v$, $i = 1, \dots, n$ e v é a quantidade de veículos disponível, a ociosidade é definida como: $Ociosidade = C - \sum_{i=1}^n vol_i$. Define-se ainda a Ocupação Média do conjunto v de agrupamentos como sendo: $Ocupação\ Média = \frac{\sum_{p=1}^v vol_p}{v}$, onde para cada p agrupamento formado por n pontos, sua respectiva ocupação é definida por: $vol_p = \sum_{i=1}^n vol_i$ e sua ociosidade é dada por $Oci_p = C_p - vol_p$. Finalmente, os limites de ociosidade são definidos da seguinte forma:

- Limite Inferior de Ociosidade: $LI = (\text{Ocupação Média})$
- Limite Superior de Ociosidade: $LS = \frac{\sum_{p=1}^v (C_p - vol_p)}{v}$

A definição do parâmetro LI , é obtida a partir da capacidade de carregamento de um veículo padrão, deduzido de uma ociosidade média ($C - \text{Ocupação Média}$) calculada a partir dos agrupamentos formados. Já o LS é obtido a partir da ociosidade média de todos os agrupamentos. Estes limites atuam diretamente nos agrupamentos formados pela heurística de Teitz e Bart (1968) na medida em que promovem a troca de pontos entre agrupamentos para adequação à ocupação volumétrica mínima e máxima que os veículos devem atender com o intuito de viabilizar o carregamento (resolução do CLP). Caso os limites de ociosidade não produzam carregamentos viáveis *a priori*, ajustes *a posteriori* são introduzidos para que se alcance a viabilidade e ao mesmo tempo se tenha rotas de menor custo.

É pertinente elucidar que uma redução no Limite Inferior de Ociosidade implica em uma ocupação volumétrica maior, enquanto que um acréscimo nesse limite enseja uma ocupação volumétrica menor. Quando o roteamento obtido não produz um carregamento factível, é necessário que se eleve o Limite Inferior de Ociosidade. Isso implica diretamente na remoção de um ponto originário de um agrupamento com ociosidade abaixo do limite inferior permitido e inserção desse mesmo ponto em outro agrupamento mais ocioso, escolhido pela proximidade.

3.2.3.2 Controle de Troca de Pontos

Uma matriz de controle, similar à uma busca tabu, é introduzido para que uma mesma troca de pontos não seja repetida. Para uma instância com um conjunto de n pontos, define-se uma matriz $M (n \times n) = 0$. Sempre que ocorrer uma troca entre um ponto i com um ponto j , o elemento de M correspondente $a(i, j) = 1$. Novas trocas são permitidas somente entre pontos ainda não trocados, ou seja, $a(i, j) = 0$.

3.2.3.3 Heurística para a Resolução do 3L – CVRP

A descrição completa da heurística para a resolução do 3L – CVRP é apresentada a seguir.

Início do Método:

Passo 1 – Entrada de dados: Seja n o número de clientes a serem atendidos, v é a quantidade de veículos da instância, $d_i = \{i=1, \dots, n\}$ as demandas da cada cliente em termos de volume e C a capacidade volumétrica de carregamento de cada veículo.

Passo 2 – Agrupamento dos pontos pela heurística de Teitz e Bart (1968), com a quantidade p de medianas determinada por v ($p=v$)

Passo 3 – Determinação da ociosidade de cada veículo utilizado:

3.1 – Ordena-se os agrupamentos encontrados no Passo 2 em ordem crescente de ociosidade. Ociosidade = $C - \sum_{i=1}^n vol_i$

3.2 – Cálculo do Limite Inferior de Ociosidade

$$LI = (\text{Ocupação Média})$$

Cálculo do Limite Superior de Ociosidade

$$LS = \frac{\sum_{p=1}^v (C_p - vol_p)}{v}$$

3.3 – Definição do controle de troca de pontos entre agrupamentos.

$$M (n \times n), \text{ com } a(i, j) = 0 \forall (i, j) \in M$$

Passo 4 – Ajuste dos agrupamentos *a priori*:

4.1 – Para cada agrupamento menor que Limite Inferior de Ociosidade ou maior que Limite Superior de Ociosidade faça:

4.1.1 Escolha um ponto i do agrupamento j que minimize a distância para qualquer outro ponto k de qualquer **outro** agrupamento $m \neq j$, desde que $a(i, j) = 0$.

4.1.1.1 Se demanda do agrupamento j for **menor** que o Limite Inferior, **Então:**

Retire o ponto i do agrupamento j e o insira no agrupamento m

Ociosidade do agrupamento j = Ociosidade do agrupamento j + demanda do ponto i .

Ociosidade do agrupamento m = Ociosidade do agrupamento m - demanda do ponto i .

Matriz de Controle $\rightarrow a(i, k) = 1$

4.1.1.2 Se demanda do agrupamento j for **maior** que o Limite Superior,
Então:

Retire o ponto k do agrupamento m e o insere no agrupamento j

Ociosidade do agrupamento j = Ociosidade do agrupamento j -
demanda do ponto k .

Ociosidade do agrupamento m = Ociosidade do agrupamento m +
demanda do ponto k .

Matriz de Controle $\rightarrow a(i, k) = 1$

Repita o Passo 4 até que todos os agrupamentos tenham suas
respectivas ociosidades maiores que o Limite Inferior de Ociosidade e
menores que o Limite Superior de Ociosidade

Passo 5 – Construção das rotas para cada agrupamento:

5.1 – Aplica-se a heurística construtiva de inserção mais econômica em cada
agrupamento para obtenção de uma rota inicial.

5.2 – Aplica-se a heurística de melhoria 2-*opt*.

5.3 – Aplica-se a heurística de melhoria 3-*opt*.

Passo 6 – Resolução do CLP

6.1 Se Carregamento Ineficiente **Então:**

6.1.1 Ajuste o Limite Inferior de Ociosidade

6.1.2 Ajuste o Limite Superior de Ociosidade

6.1.3 Retorne ao **Passo 4**

6.2 Senão

6.2.1 Solução Encontrada

Fim do Método

A primeira verificação da ociosidade dos agrupamentos e conseqüente troca de pontos entre eles constituem o primeiro ajuste na heurística de Teitz e Bart (1968), enquanto que os ajustes dos limites de ociosidade, efetuados no passo 6 após a construção das rotas, podem ser considerados como um segundo ajuste na mesma heurística. Este mecanismo advém da heurística proposta para a resolução do CVRP, apresentada anteriormente. Neste sentido o elemento balizador continua sendo o agrupamento dos pontos de acordo com a demanda de cada um deles e o posterior roteamento entre os pontos dos grupos formados.

4 OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos por este trabalho. Primeiramente são apresentados os resultados para o CVRP. Na sequência avalia-se o desempenho do *software* para carregamento de contêineres e por fim os resultados para instâncias do 3L – CVRP.

4.1 RESULTADOS PARA O CVRP

O método proposto nesse trabalho para a resolução do CVRP foi testado sobre instâncias clássicas da literatura disponibilizadas no site www.branchandcut.org. Tais instâncias foram utilizadas, dentre outros, nos trabalhos que empregam técnicas heurísticas e metaheurísticas propostas por Chen *et al.* (2006) e Campos e Mota (2000), além do estudo de Fukasawa *et al.* (2006), que apresenta um método exato para a resolução do problema. A razão da escolha dos métodos heurísticos e metaheurísticos reside no fato de seus testes terem sido realizados sobre o mesmo conjunto de instâncias avaliadas em Fukasawa *et al.* (2006). Assim, pode-se comparar o desempenho tendo por base a solução ótima para a maioria das instâncias.

Os testes foram executados em um AMD Athlon™ 64 Dual Core, 2.10 Ghz com 896 MB de memória. Embora o equipamento possua dois núcleos de processamento, foi utilizado apenas um deles. A linguagem de programação utilizada foi Visual Basic.

A tabela 4.1, a seguir, apresenta os resultados obtidos para as instâncias testadas. Na primeira coluna da direita para a esquerda tem-se a instância e nas duas colunas seguintes, a quantidade de pontos (clientes) e a quantidade de veículos, respectivamente. Nas colunas seguintes são apresentados os valores obtidos por Chen *et al.* (2006) (em relação à solução (distância obtida), coluna D, e tempo computacional, coluna T(s) em segundo) em suas propostas. O método AG 2-*opt* emprega algoritmos genéticos com melhoria 2-*opt*; DPSO-SA é um método metaheurístico híbrido, que utiliza nuvem de partículas e recozimento simulado e, finalmente, SA que emprega isoladamente a metaheurística de recozimento simulado. A coluna seguinte apresenta os resultados para o método exato de

Fukasawa *et al.* (2006) e a coluna CM para a heurística de Campos e Mota (2000). Já a coluna BKS contém as melhores soluções, enquanto que na coluna M.T(s), tem-se o mínimo tempo de processamento dentre os trabalhos de Chen *et al.* (2006), Fukasawa *et al.* (2006) e Campos e Mota (2000) (indicado por CM nesta tabela 1). Por fim, as duas últimas colunas apresentam os resultados obtidos neste trabalho.

TABELA 4.1 - RESULTADOS OBTIDOS PARA AS INSTÂNCIAS DO CVRP TESTADAS

M.																
			AG 2-opt		DPSO - SA		SA		Fukasawa		CM		BKS	T(s)	PROPOSTO	
Instância	N	K	D	T (s)	D	T (s)	D	T (s)	D	T (s)	D	T (s)			D	T (s)
A-n33-k5	32	5	661	39,6	661	32,3	661	38,2	-	-	-	-	661	32,3	717,7	21,7
A-n46-k7	45	7	928	136,4	914	128,9	931	143,8	914	92	-	-	914	92	1079,3	79,9
A-n53-k7	52	7	-	-	-	-	-	-	1010	611	-	-	1010	611	1179,5	107,5
A-n54-k7	53	7	-	-	-	-	-	-	1167	1409	-	-	1167	1409	1282,1	83,9
A-n60-k9	59	9	1360	295,5	1354	308,8	1363	286,3	1354	3080	-	-	1354	286,3	1500	298
A-n61-k9	60	9	-	-	-	-	-	-	1034	1883	-	-	1034	1883	1192,5	348,2
A-n62-k8	61	8	-	-	-	-	-	-	1288	3102	-	-	1288	3102	1386,4	151,6
A-n63-k10	62	10	-	-	-	-	-	-	1314	4988	-	-	1314	4988	1485	559
A-n63-k9	62	9	-	-	-	-	-	-	1616	1046	-	-	1616	1046	1738,6	318,3
A-n64-k9	63	9	-	-	-	-	-	-	1401	11254	-	-	1401	11254	1585,2	290,6
A-n80-k10	79	10	-	-	-	-	-	-	1763	6464	-	-	1763	6464	2016,6	514,1
B-n35-k5	34	5	955	46,9	955	37,6	960	58,4	-	-	-	-	955	37,6	984,7	18,6
B-n45-k5	44	5	762	129,3	751	134,2	760	123,5	751	16	-	-	751	16	837,4	18
B-n68-k9	67	9	1296	396,2	1272	344,3	1298	409,2	1272	87436	-	-	1272	344,3	1355,2	283,2
E-n51-k5	50	5	531	289,6	528	300,5	541	362,4	521	65	521	32,66	521	32,66	583,8	66,9
E-n76-k10	75	10	-	-	-	-	-	-	830	80722	834	252,65	830	252,65	951,9	844,6
E-n76-k7	75	7	697	498,7	688	526,5	704	619,3	682	46520	687	89,32	682	89,32	751,7	487
E-n76-k8	75	8	-	-	-	-	-	-	735	22891	735	272,31	735	272,31	795,8	424,3
M-n101-k10	100	10	836	992,1	824	874,2	848	986,6	820	119	820	193,82	820	193,82	828,9	1447,9
M-n121-k7	120	7	1068	1643,1	1038	1733,5	1081	2729,5	1034	25678	-	-	1034	1643,1	1101,5	441,1
P-n101-k4	100	4	706	1213,2	694	977,5	715	1964,9	681	1253	-	-	681	977,5	746	133,3
P-n76-k4	75	4	605	528,4	602	496,3	612	489,6	593	572	-	-	593	489,6	655,8	227,5
MÉDIA													1018	1614,4	1125,3	325,7

FONTE: O Autor (2011)

Os campos assinalados com “-“ indicam que a instância não foi avaliada pelo trabalho indicado na respectiva coluna. Conforme se verifica na tabela 4.1, o método proposto neste trabalho possui um tempo computacional consideravelmente reduzido para a maioria das instâncias testadas em relação aos trabalhos dos outros autores, além de uma melhoria em relação às soluções para a instância M-n101-k10 obtidas pelo método AG 2-opt e SA proposto por Chen *et al.* (2006). A exceção foi o trabalho de Campos e Mota (2000), que apresentou desempenho melhor, tanto em tempo de processamento, quanto na solução obtida.

Já a tabela 4.2, a seguir, apresenta uma análise comparativa para os resultados obtidos. Valores inferiores a 100%, indicam uma melhoria na mesma ordem de grandeza. Exemplificando: No caso da instância A-n63-k9, a solução obtida pela heurística proposta neste trabalho foi 8% mais custosa que o melhor valor obtido na literatura (coluna BKS), todavia, o tempo computacional foi 70% mais rápido em relação ao melhor tempo (100% menos 30%). Já a instância A-n33-k5 obteve uma solução 9% mais custosa em relação à proposta SA do trabalho de Chen *et al.* (2006), e um tempo computacional de 43% menor que o mesmo trabalho, ou seja, o tempo de processamento da abordagem proposta neste trabalho foi de 57% do tempo em relação ao método SA de Chen *et al.* (2006).

TABELA 4.2 - - ANÁLISE COMPARATIVA DAS SOLUÇÕES E TEMPOS DE PROCESSAMENTO PARA O CVRP

Instância	N	K	AG 2-opt		DPSO - SA		AS		Fukasawa		CM		BKS	M. T(s)
			GAP D	GAP T	GAP D	GAP T	GAP D	GAP T	GAP D	GAP T	GAP D	GAP T		
A-n33-k5	32	5	109%	55%	109%	67%	109%	57%	-	-	-	-	109%	67%
A-n46-k7	45	7	116%	59%	118%	62%	116%	56%	118%	87%	-	-	118%	87%
A-n53-k7	52	7	-	-	-	-	-	-	117%	18%	-	-	117%	18%
A-n54-k7	53	7	-	-	-	-	-	-	110%	6%	-	-	110%	6%
A-n60-k9	59	9	110%	101%	111%	97%	110%	104%	111%	10%	-	-	111%	104%
A-n61-k9	60	9	-	-	-	-	-	-	115%	18%	-	-	115%	18%
A-n62-k8	61	8	-	-	-	-	-	-	108%	5%	-	-	108%	5%
A-n63-k10	62	10	-	-	-	-	-	-	113%	11%	-	-	113%	11%
A-n63-k9	62	9	-	-	-	-	-	-	108%	30%	-	-	108%	30%
A-n64-k9	63	9	-	-	-	-	-	-	113%	3%	-	-	113%	3%
A-n80-k10	79	10	-	-	-	-	-	-	114%	8%	-	-	114%	8%
B-n35-k5	34	5	103%	40%	103%	49%	103%	32%	-	-	-	-	103%	49%
B-n45-k5	44	5	110%	14%	112%	13%	110%	15%	112%	113%	-	-	112%	113%
B-n68-k9	67	9	105%	71%	107%	82%	104%	69%	107%	0,32%	-	-	107%	82%
E-n51-k5	50	5	110%	23%	111%	22%	108%	18%	112%	103%	112%	205%	112%	205%
E-n76-k10	75	10	-	-	-	-	-	-	115%	1%	114%	334%	115%	334%
E-n76-k7	75	7	108%	98%	109%	92%	107%	79%	110%	1%	109%	545%	110%	545%
E-n76-k8	75	8	-	-	-	-	-	-	108%	2%	108%	156%	108%	156%
M-n101-k10	100	10	99%	146%	101%	166%	98%	147%			101%	747%	101%	747%
M-n121-k7	120	7	103%	27%	106%	25%	102%	16%	107%	2%	-	-	107%	27%
P-n101-k4	100	4	106%	11%	107%	14%	104%	7%	110%	11%	-	-	110%	14%
P-n76-k4	75	4	108%	43%	109%	46%	107%	46%	111%	40%	-	-	111%	46%
MÉDIA*	-	-	107%	57%	109%	61%	107%	54%	111%	25%	109%	397%	111%	40%

FONTE: O Autor (2011)

Cabe ressaltar que não há necessariamente uma relação entre a melhor solução com o melhor tempo, ou seja, o melhor tempo computacional não foi necessariamente o tempo de processamento para a obtenção da melhor solução. Este critério de análise temporal tem por objetivo avaliar o desempenho da heurística em relação aos três trabalhos analisados. Contudo, de uma maneira geral, houve significativa redução no tempo de processamento para todas as instâncias, com soluções em média 10% mais custosas em relação aos melhores resultados disponíveis na literatura (exceto em Campos e Mota (2000), os dados relativos a esse trabalho não estão contemplados no cálculo da média na tabela 4.2 para as colunas BKS e M.T(s).

Por fim, a tabela 4.3 apresentada mais adiante, mostra uma relação de tempo computacional / solução. Este novo parâmetro permite avaliar os resultados de forma global. Assim é possível comparar o tempo necessário para a obtenção da melhor solução com relação aos demais trabalhos. Por exemplo, para a instância A-n33-k5, o tempo de processamento necessário para se obter a melhor solução neste trabalho foi de 50%, em relação ao método AG 2-opt proposto por Chen *et al.* (2006). Esses resultados demonstram uma maior velocidade de convergência da heurística proposta neste estudo, em relação à maioria das instancias dos trabalhos comparados na literatura

TABELA 4.3. - RELAÇÃO TEMPO COMPUTACIONAL / SOLUÇÕES OBTIDAS PARA O CVRP

Instância	N	K	Relação TC/Solução					
			AG 2-opt	DPSO - SA	SA	Fukasawa	CM	BKS – MT
A-n33-k5	32	5	50%	62%	52%	-	-	62%
A-n46-k7	45	7	50%	52%	48%	74%	-	74%
A-n53-k7	52	7	-	-	-	15%	-	15%
A-n54-k7	53	7	-	-	-	5%	-	5%
A-n60-k9	59	9	91%	87%	95%	9%	-	94%
A-n61-k9	60	9	-	-	-	16%	-	16%
A-n62-k8	61	8	-	-	-	5%	-	5%
A-n63-k10	62	10	-	-	-	10%	-	10%
A-n63-k9	62	9	-	-	-	28%	-	28%
A-n64-k9	63	9	-	-	-	2%	-	2%
A-n80-k10	79	10	-	-	-	7%	-	7%
B-n35-k5	34	5	38%	48%	31%	-	-	48%
B-n45-k5	44	5	13%	12%	13%	101%	-	101%
B-n68-k9	67	9	68%	77%	66%	0,30%	-	77%
E-n51-k5	50	5	21%	20%	17%	92%	183%	183%
E-n76-k10	75	10	-	-	-	1%	293%	291%
E-n76-k7	75	7	91%	85%	74%	1%	498%	495%
E-n76-k8	75	8	-	-	-	2%	144%	144%
M-n101-k10	100	10	147%	165%	150%		739%	739%
M-n121-k7	120	7	26%	24%	16%	2%	-	25%
P-n101-k4	100	4	10%	13%	7%	10%	-	12%
P-n76-k4	75	4	40%	42%	43%	36%	-	42%

FONTE: O Autor (2011)

É importante ponderar que, embora os resultados obtidos para a resolução do CVRP não tenham se aproximado muito dos resultados dos trabalhos comparados, de uma forma geral as soluções obtidas são aceitáveis, dado que, o objetivo primaz do roteamento é justamente obter soluções de boa qualidade (não necessariamente soluções ótimas) com tempo computacional acessível. Sendo assim, evidencia-se substancial redução no tempo de processamento para instâncias cujo esforço computacional para obtenção da solução ótima se mostrou mais elevado.

4.2 RESULTADOS PARA O CLP E VARIAÇÕES

O software CargoWizTM foi avaliado, isoladamente do problema de roteamento de veículos, frente a outros trabalhos da literatura, utilizando o conjunto de instâncias proposto por Bischoff e Ratcliff (1995a) referente ao CLP. O *software* também foi testado na resolução do 3L – BPP e, para isso,

utilizou-se um conjunto de 27 instâncias proposto por Gendreau *et al.* (2006). O procedimento para resolver o 3L – BPP é idêntico ao CLP, dado os contêineres são carregados sequencialmente até que a totalidade de caixas da instância tenha sido alocada. Os resultados e o detalhamento do conjunto de instâncias são apresentados na sequência.

4.2.1 Resultados para o Problema do Carregamento de Contêineres

O conjunto de instâncias proposto por Bischoff e Ratcliff (1995) totaliza 700 unidades divididas em 7 classes, de BR1 a BR7, com 100 instâncias em cada classe. O contêiner utilizado para todas as instâncias possui dimensão padrão de 20 pés (587 cm x 233 cm x 220 cm de comprimento, largura e altura, respectivamente), conforme já apresentado na seção 3.2.2. Inclui-se no conjunto de instâncias restrições de orientação que proíbe, em determinados casos, que uma caixa assuma certa orientação em que a dimensão que determina a altura seja maior ou igual ao dobro de uma das dimensões da base.

Para todas as instâncias é exigido que as caixas carregadas tenham 100% de área da base suportada, ou seja, $\alpha = 1$ (ver seção 3.1). A tabela 4.4 a seguir detalha o conjunto de instâncias testes.

TABELA 4.4 - - INSTÂNCIAS DE BISCHOFF E RATCLIFF (1995a)

Classe	Tipos de Caixas	Quantidade Média de Caixas por Tipo
BR1	3	50,1
BR2	5	27,7
BR3	8	16,9
BR4	10	13,6
BR5	12	10,8
BR6	15	8,7
BR7	20	6,4

FONTE: O Autor (2011)

Evidencia-se uma variação gradual do grau de heterogeneidade das classes de instâncias, de fracamente heterogênea para a classe BR1, com 3 tipos de caixas e uma quantidade média de 50,1 caixas para cada tipo, para fortemente heterogênea (classe BR7), com 20 tipos de caixas e uma

quantidade média de 6,4 caixas por tipo. O desempenho do *software* CargoWiz™ é comparado com 12 abordagens da literatura, listadas a seguir:

- **BJR** - Heurística Construtiva (Bischoff *et al.*, 1995)
- **BR** - Heurística Construtiva (Bischoff e Ratcliff, 1995a)
- **BG** - Algoritmo Genético (Gehring e Bortfeldt, 1997)
- **DB** - Heurística Construtiva (Davies e Bichoff, 1999)
- **E** - Heurística com Busca em Árvore (Eley, 2002)
- **CM** – Conjunto de cinco Heurísticas Construtivas (Cecílio e Morabito, 2004)
- **MO** – Metaheurística *GRASP* (Moura e Oliveira, 2005)
- **3DC** – Heurística Construtiva Integrada ao CVRP (Campos, 2008)
- **ARA** – Heurística de Múltiplos Inícios (Araújo, 2006)

A tabela 4.5 apresenta a média percentual do volume ocupado do contêiner. Observa-se que o CargoWiz™ apresenta bons resultados, porém não se aproxima dos melhores trabalhos da literatura. Ressalta-se que o *software* pretere técnicas mais refinadas para a seleção de caixas para dispor de recursos gráficos que facilitam a visualização e aceitação do *software* pelo usuário. O tempo médio de processamento variou de 0,5 à 4,2 segundos (de BR1 para BR7), pelo fato do carregamento de caixas fortemente heterogêneas ser mais complexo. Cabe destacar que a maior parte do tempo de processamento é dedicada a construção gráfica do contêiner carregado, o que poderia melhorar a eficiência do *software* se, em detrimento da solução gráfica do carregamento, o tempo fosse dedicado ao incremento do número de iterações.

TABELA 4.5 - RESULTADOS OBTIDOS PARA O CARREGAMENTO DE CONTÊINER

Método	BR1	BR2	BR3	BR4	BR5	BR6	BR7	Média
ARA	91,73	91,60	91,47	91,06	90,90	90,46	89,54	90,97
MO	89,07	90,43	90,86	90,42	89,57	89,71	88,05	89,73
E	88,05	88,44	89,23	89,24	88,99	88,91	88,36	88,75
CM	89,05	87,40	87,21	86,75	87,09	86,05	84,82	86,91
BG	85,80	87,26	88,10	88,04	87,86	87,85	87,68	87,51
DB	84,10	84,50	85,00	84,70	84,60	83,70	82,70	84,19
BR	83,79	84,44	83,94	83,71	83,80	82,44	82,01	83,45
3DC	86,49	85,46	85,23	84,34	82,71	82,00	82,43	84,09
BJR	81,76	81,70	82,98	82,60	82,76	81,5	80,51	81,97
CargoWiz	86,64	87,29	86,42	85,16	84,33	84,04	82,11	85,14

FONTE: O Autor (2011)

Assim como a análise feita para instâncias do CVRP, os testes foram executados em um AMD Athlon™ 64 Dual Core, 2.10 Ghz com 896 MB de memória. Embora o equipamento possua dois núcleos de processamento, foi utilizado apenas um deles. A linguagem de programação utilizada foi Visual Basic. Devido a diferentes plataformas de *hardware* não se pode comparar com as demais abordagens.

4.2.2 Resultados para o *Three Dimensional Bin Packing Problem*

As instâncias de Gendreau *et al.* (2006) são utilizadas originalmente para a resolução do 3L – CVRP. A escolha desse conjunto de instâncias para avaliar o desempenho do CargoWiz™ se justifica pela necessidade de resolvê-las adiante quando o problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento for tratado. Dessa forma é possível ter uma avaliação prévia do desempenho do software.

No referido conjunto de instâncias, o contêiner possui dimensões de 60 x 25 x 30 de comprimento, largura e altura respectivamente e uma capacidade de carregamento de 90 unidades de massa (peso). Cada cliente demanda no mínimo uma e no máximo três caixas, não existindo relação entre o peso demandado e o volume das caixas. As caixas são classificadas em frágeis e não frágeis. A factibilidade do carregamento deve atender as seguintes restrições:

- **Orientação:** Uma ou duas dimensões das caixas não podem ser orientadas verticalmente. Caso nenhuma restrição seja imposta, as caixas podem ser carregadas com qualquer uma das seis orientações.
- **Estabilidade:** Ao se carregar uma caixa, esta deve ter um limite mínimo de sua área da base suportada.
- **Múltiplos Destinos:** O descarregamento dos itens demandados por certo cliente não deve ser feito sem a necessidade de se movimentar itens que pertençam a outro cliente.
- **Empilhamento:** Um item não frágil não deve ser carregado sobre um item frágil, todavia o empilhamento de itens frágeis é permitido.
- **Peso:** O peso total dos itens demandados não deve exceder a capacidade do contêiner

Para a avaliação do *software*, foram consideradas apenas as quatro primeiras restrições. Com relação à primeira restrição, foi imposto que as caixas podem assumir apenas duas orientações (giros no plano horizontal). Referente à restrição de estabilidade, toda caixa carregada deve ter a totalidade de sua área da base suportada por outra caixa (ou pelo piso do contêiner). Por fim, foi permitido apenas empilhar itens frágeis sobre itens não frágeis e itens não frágeis sobre itens não frágeis, eliminando a possibilidade de empilhamento de itens frágeis.

As instâncias estão divididas em três grupos de acordo com a quantidade de clientes a serem visitados. No grupo 1 (da instância E016-03m até E026-08m) estão as instâncias com 25 clientes ou menos (além do depósito) . No grupo 2 (de E03-03g até E045-04f), instâncias com mais de 25 e menos de 50 clientes e no grupo 3 de (E051-05e até E101-14s) as instâncias de 50 até 100 clientes, além do depósito. Os resultados foram comparados com a abordagem de Araújo (2006), que também utilizou o mesmo conjunto de

instâncias para resolução do 3L – BPP. A tabela 4.6 apresenta os resultados obtidos para o conjunto de instâncias testado

TABELA 4.6 – RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – BPP

Sequência	Instância	Número de Caixas	ARA 3DR	Cargo 3DR	ARA 3D	Cargo 3D	Cargo 3DR / ARA 3DR	Cargo 3D / ARA 3D
1	E016-03m	32	4	4	3	4	100%	133%
2	E016-05m	26	3	4	3	3	133%	100%
3	E021-04m	37	4	4	4	3	100%	75%
4	E021-06m	36	4	5	3	4	125%	133%
5	E022-04g	45	5	6	5	4	120%	80%
6	E022-06m	40	5	5	4	4	100%	100%
7	E023-03g	46	5	5	4	4	100%	100%
8	E023-05s	43	5	6	4	4	120%	100%
9	E026-08m	50	6	7	5	5	117%	100%
10	E030-03g	62	7	7	6	5	100%	83%
11	E030-04s	58	7	7	6	6	100%	100%
12	E031-09h	63	7	7	6	6	100%	100%
13	E033-03n	61	6	8	6	5	133%	83%
14	E033-04g	72	8	9	7	6	113%	86%
15	E033-05s	68	8	8	6	6	100%	100%
16	E036-11h	63	6	6	6	5	100%	83%
17	E041-14h	79	8	8	7	7	100%	100%
18	E045-04f	94	10	11	9	8	110%	89%
19	E051-05e	99	10	11	9	9	110%	100%
20	E072-04f	147	14	16	13	13	114%	100%
21	E076-07s	155	15	15	13	13	100%	100%
22	E076-08s	146	15	16	13	13	107%	100%
23	E076-10e	150	15	16	13	12	107%	92%
24	E076-14s	143	13	15	12	12	115%	100%
25	E101-08e	193	17	18	16	15	106%	94%
26	E101-10c	199	21	21	18	17	100%	94%
27	E101-14s	198	20	21	18	17	105%	94%
Total		2405	248	266	219	210	107%	96%

FONTE: O Autor (2011)

As colunas quatro e cinco apresentam a quantidade de contêineres necessários, para se carregar o número de caixas da instância, obtidos a partir da abordagem de Araújo (2006) e do CargoWizTM, considerando todas as restrições comentadas no início desta seção, enquanto a coluna sete apresenta os resultados comparativos entre as duas abordagens. Valores iguais a 100% indicam que o desempenho das duas abordagens foi o mesmo, enquanto que valores inferiores a 100% apontam um desempenho superior do CargoWizTM

em relação ao autor e o contrário para valores superiores a 100%. Evidencia-se que o *software* não superou o desempenho da heurística proposta por Araújo (2006) para nenhuma instância, obtendo os mesmos resultados para algumas delas. Isso era esperado, dado que as restrições de empilhamento, estabilidade e orientação foram mais relaxadas nos testes de Araújo (2006). Para a totalidade das instâncias, o CargoWizTM precisou de 7% mais contêineres para efetuar o carregamento.

As colunas seis e sete apresentam os resultados desconsiderando todas as restrições, com exceção do empilhamento, e a coluna nove apresenta o comparativo entre as duas abordagens. Nota-se que, com exceção da primeira instância, o desempenho do CargoWizTM foi superior à heurística de Araújo (2006), com um desempenho médio 4% mais eficiente para todas as 27 instâncias. Na sequência é apresentado os resultados obtidos para o 3L – CVRP.

4.3 RESULTADOS PARA O 3L - CVRP

A heurística proposta na seção 3.2.3.3 foi implementada em linguagem Visual Basic, versão 6.0 e testada em um AMD AthlonTM 64 Dual Core, 2.10 Ghz com 896 MB de memória, com a utilização de apenas um dos núcleos de processamento. A validação foi obtida para o mesmo conjunto de instâncias proposta por Gendreau *et al.* (2006) já avaliadas para o 3L – BPP (exceto a instância E045-04f), dividida igualmente em três grupos conforme a quantidade de clientes (nós) por instância, sendo $n \leq 25$, $25 < n < 50$ e $n > 50$, conforme já mencionado.

As instâncias contêm a coordenada cartesiana de cada ponto, com respectivo peso demandado. O espaço para carregamento do veículo possui as dimensões de comprimento, altura e largura com 65 x 25 x 30 unidades de medida, além da quantidade de veículos disponíveis para a realização do carregamento. As demandas de cada cliente são caixas variando de no mínimo uma até no máximo três, podendo ser frágeis ou não frágeis, devendo ter ao menos 75% da área da base suportada. As caixas podem ser carregadas nas seis orientações possíveis, salvo quando alguma restrição é imposta.

Os resultados obtidos foram comparados com os quatro trabalhos conhecidos disponíveis na literatura, sendo eles:

- GEN – Busca Tabu com único início proposta por Gendreau *et al.* (2006)
- FUE – Colônia de Formigas proposta por Fuellerer *et al.* (2010)
- ARA – Busca Tabu e carregamento por heurística com memória adaptativa e padrão de carregamento baseado em cubóides, proposto por Araújo (2006)
- TAR – *Guided Local Search* proposta por Tarantilis *et al.* (2009)

A respeito das configurações de carregamento, foram avaliadas duas delas: uma restrita, que considera restrições de estabilidade, fragilidade, orientação, política *LIFO* de descarregamento e outra relaxada, que contempla apenas o carregamento tridimensional com suporte mínimo da área da base requerido.

A tabela 4.7 apresenta os resultados obtidos para o conjunto de instâncias testado para a configuração restrita do carregamento. Da direita para a esquerda têm-se as seguintes colunas: nome da instância, número de pontos, número de caixas a serem carregadas, solução obtida para a instância, ocupação máxima e mínima, decorrente dos limites de ociosidades permitidos, número de veículos necessários e os tempos computacionais em segundos segmentados pelos problemas abordados (roteamento e carregamento).

TABELA 4.7 – RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO

Instância	N. Clientes	N. Caixas	Solução Obtida	Ocupação Máxima	Ocupação Mínima	N. Veículos	T (s) Rot.	T (s) Car.	Tempo Total
E016-03m	15	32	325,08	77,13%	31,40%	5	0,014	31,0	31,01
E016-05m	15	26	338,16	66,61%	33,22%	5	0,037	33,5	33,54
E021-04m	20	37	424,65	74,94%	12,28%	6	0,027	43,2	43,23
E021-06m	20	36	424,44	84,58%	7,51%	6	0,036	42,6	42,64
E022-04g	21	45	456,99	89,03%	56,11%	6	0,039	49,8	49,84
E022-06m	21	40	493,811	74,89%	43,50%	6	0,057	35,4	35,46
E023-03g	22	46	916,888	78,98%	42,46%	6	0,069	37,2	37,27
E023-05s	22	43	842,395	86,79%	20,75%	6	0,051	38,4	38,45
E026-08m	25	50	615,909	52,04%	24,19%	8	0,139	52	52,14
E030-03g	29	62	864,036	72,33%	5,93%	9	0,223	63,9	64,12
E030-04s	29	58	853,612	71,65%	12,37%	8	0,235	58,4	58,64
E031-09h	30	63	610,218	52,47%	4,95%	9	0,165	66,6	66,76
E033-03n	32	61	3103,05	70,84%	20,48%	8	0,236	60	60,24
E033-04g	32	72	1615,04	72,70%	25,54%	9	0,268	71,1	71,37
E033-05s	32	68	1633,25	79,33%	43,15%	9	0,260	59,4	59,66
E036-11h	35	63	697,657	55,30%	43,15%	11	0,260	73,7	73,96
E041-14h	40	79	801,406	51,84%	15,01%	11	0,542	74,8	75,34
E051-05e	50	99	882,951	68,04%	26,24%	12	0,914	75,6	76,51
E072-04f	71	147	641,587	70,46%	29,10%	16	5,783	102,4	108,18
E076-07s	75	155	1258,71	65,36%	39,97%	17	4,353	110,5	114,85
E076-08s	75	146	1245,6	68,45%	45,32%	17	4,310	115,6	119,91
E076-10e	75	150	1361,16	61,00%	42,05%	17	4,580	117,3	121,88
E076-14s	75	143	1272,99	60,43%	36,69%	16	4,953	100,8	105,75
E101-08e	100	193	1542,11	67,89%	35,77%	22	16,703	140,8	157,50
E101-10c	100	199	1816,25	74,67%	30,93%	25	32,746	182,5	215,25
E101-14s	100	198	1639,06	72,58%	36,72%	23	18,115	165,6	183,71
Total	1161	2311				293			
Média			1026,04	70,01%	29,41%		3,66	77,00	80,66

FONTE: O Autor (2011)

Cabe destacar que o tempo de processamento do carregamento apresenta pouca variabilidade, sendo proporcional à quantidade de veículos (ou subrotas) a serem carregadas. Pelo fato da heurística gerar todas as subrotas antes de ser executado o carregamento, o tempo de processamento requerido pelo CargoWizTM depende apenas da quantidade de veículos a serem carregados. Destaca-se o baixo tempo computacional para a resolução do problema do roteamento, ficando abaixo de um segundo para todas as instâncias da primeira e segunda classe (até 50 clientes) e ultrapassando a casa dos 6 segundos apenas para as instâncias com mais de 75 pontos.

Devido a isso, o tempo total para a resolução de todas as instâncias ficou abaixo de 183 segundos.

Outro fato importante a ser avaliado são as ocupações mínimas e máximas permitidas. Esse parâmetro introduzido na heurística para viabilizar o CLP aponta que um veículo com 70% de seu espaço carregado em média possui um carregamento viável. Cabe ressaltar que, embora os limites permitam uma grande faixa de ocupação (de 72,33% até 5,93% para a instância E030-03g), as subrotas podem ser mantidas distantes desses limites, especialmente no caso da ocupação mínima exigida.

A tabela 4.8 apresenta os resultados para a configuração de carregamento relaxada, mantendo-se apenas a factibilidade do carregamento do contêiner sem qualquer outra restrição operacional além da estabilidade do carregamento.

TABELA 4.8 - - RESULTADOS OBTIDOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO

Instância	N. Clientes	N. Caixas	Solução Obtida	Ocupação Máxima	Ocupação Mínima	N. Veículos	T (s) Rot.	T (s) Car.	Tempo Total
E016-03m	15	32	294,30	81,42%	76,77%	4	0,012	25,2	25,21
E016-05m	15	26	294,30	82,46%	53,22%	4	0,031	25,6	25,63
E021-04m	20	37	384,95	77,93%	22,74%	5	0,032	32,5	32,53
E021-06m	20	36	400,98	86,06%	72,11%	5	0,044	34	34,04
E022-04g	21	45	444,61	88,54%	31,25%	5	0,038	34,5	34,54
E022-06m	21	40	493,81	74,89%	43,50%	6	0,051	37,8	37,85
E023-03g	22	46	852,54	91,45%	61,51%	5	0,057	32	32,06
E023-05s	22	43	796,66	71,79%	30,56%	5	0,056	36,5	36,56
E026-08m	25	50	603,16	86,30%	17,78%	8	0,122	57,6	57,72
E030-03g	29	62	787,15	80,10%	5,47%	8	0,241	49,6	49,84
E030-04s	29	58	779,94	80,53%	39,82%	6	0,215	40,2	40,41
E031-09h	30	63	562,94	67,24%	14,31%	8	0,090	57,6	57,69
E033-03n	32	61	2840,55	74,53%	30,55%	7	0,240	49,7	49,94
E033-04g	32	72	1298,63	85,90%	47,12%	7	0,140	58,1	58,24
E033-05s	32	68	1341,92	75,38%	43,19%	7	0,162	41,3	41,46
E036-11h	35	63	652,80	75,38%	43,19%	9	0,162	55,8	55,96
E041-14h	40	79	704,07	63,37%	21,51%	9	0,433	58,5	58,93
E051-05e	50	99	763,39	78,55%	41,49%	10	0,922	70	70,92
E072-04f	71	147	595,65	75,26%	36,37%	15	5,038	106,5	111,54
E076-07s	75	155	1207,93	68,80%	49,29%	15	2,938	109,5	112,44
E076-08s	75	146	1173,92	72,53%	55,36%	15	2,895	111	113,89
E076-10e	75	150	1220,25	64,34%	42,05%	17	4,416	127,5	131,92
E076-14s	75	143	1221,21	67,28%	47,64%	14	3,685	110,6	114,29
E101-08e	100	193	1437,00	75,72%	39,30%	20	17,474	132	149,47
E101-10c	100	199	1508,20	74,96%	46,35%	21	21,205	140,7	161,91
E101-14s	100	198	1547,76	79,82%	44,97%	21	19,085	142,8	161,88
Total	1161	2311				256			
Média			931,1004	76,94%	40,67%		3,070	68,35	71,42

FONTE: O Autor (2011)

Observa-se um aumento da máxima ocupação média permitida para a configuração de carregamento com as restrições relaxadas, passando de 70,01% para 76,94%. Em virtude das restrições adicionais de fragilidade e política *LIFO*, a configuração de carregamento restrita não permite que se atinjam valores mais elevados de ocupação. Dessa forma, limites mais restritos são requeridos para impedir que o veículo tenha ocupação acima do permitido para viabilizar o carregamento. Ressalta-se também que os limites mínimos de ocupação também se elevaram da configuração restrita para a configuração relaxada. O impacto do valor encontrado para as instâncias, bem como o tempo de processamento e o número de veículos é apresentado na tabela 4.9.

TABELA 4.9 - EFEITO DAS RESTRIÇÕES NO PROCESSAMENTO DAS INSTÂNCIAS

Instância	N. Clientes	N. Caixas	GAP Solução Obtida	GAP N. Veículos	GAP Tempo Total
E016-03m	15	32	90,5%	80,0%	81,3%
E016-05m	15	26	87,0%	80,0%	76,4%
E021-04m	20	37	90,7%	83,3%	75,3%
E021-06m	20	36	94,5%	83,3%	79,8%
E022-04g	21	45	97,3%	83,3%	69,3%
E022-06m	21	40	100,0%	100,0%	106,8%
E023-03g	22	46	93,0%	83,3%	86,0%
E023-05s	22	43	94,6%	83,3%	95,1%
E026-08m	25	50	97,9%	100,0%	110,7%
E030-03g	29	62	91,1%	88,9%	77,7%
E030-04s	29	58	91,4%	75,0%	68,9%
E031-09h	30	63	92,3%	88,9%	86,4%
E033-03n	32	61	91,5%	87,5%	82,9%
E033-04g	32	72	80,4%	77,8%	81,6%
E033-05s	32	68	82,2%	77,8%	69,5%
E036-11h	35	63	93,6%	81,8%	75,7%
E041-14h	40	79	87,9%	81,8%	78,2%
E051-05e	50	99	86,5%	83,3%	92,7%
E072-04f	71	147	92,8%	93,8%	103,1%
E076-07s	75	155	96,0%	88,2%	97,9%
E076-08s	75	146	94,2%	88,2%	95,0%
E076-10e	75	150	89,6%	100,0%	108,2%
E076-14s	75	143	95,9%	87,5%	108,1%
E101-08e	100	193	93,2%	90,9%	94,9%
E101-10c	100	199	83,0%	84,0%	75,2%
E101-14s	100	198	94,4%	91,3%	88,1%
Total	1161	2311			
Média			91,59%	86,28%	87,11%

FONTE: O Autor (2011)

Os valores apresentados na quarta coluna apresentam o efeito da relaxação das restrições sobre a solução encontrada, enquanto que os da quinta e sexta colunas mostram o efeito sobre o número de veículos necessários e o tempo de processamento.

Para todas as instâncias, a relaxação das restrições resultou em redução da solução encontrada, exceto para a instância E022-06m que não apresentou alteração na solução. Destaca-se a instância E033-04g que teve uma solução quase 20% melhor quando se desconsiderou as restrições práticas de carregamento. No geral, houve um desempenho médio superior de

9% em relação às soluções encontradas (a diferença entre 100% e 91,6%), uma redução de 14% sobre a quantidade de veículos necessários e 13% de redução no tempo de processamento.

Esse desempenho se explica pela elevação da ocupação máxima permitida, o que possibilita agrupar em um mesmo roteiro uma quantidade maior de clientes e suas respectivas demandas, reduzindo assim o trajeto total.

Finalmente tem-se a análise comparativa do desempenho deste trabalho em relação às outras abordagens existentes na literatura, apresentada nas tabelas 4.10 (valores absolutos) e 4.11 (valores relativos). Os valores apresentados são para configuração restrita

TABELA 4.10 - - RESULTADOS COMPARADOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO

TABELA 110 - RESOLUÇÕES COM PARÂMETROS PARA O SEU CARIÓTIPO												
Instância	GEN		FUE		ARA		TAR		PROPOSTO			
	N. Clientes	N. Caixas	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo
E016-03m	15	32	316,3	129,5	304,1	11,2	304,1	73,5	321,5	7,8	325,1	31,0
E016-05m	15	26	350,6	5,3	335,0	0,1	335,0	224,9	335,0	7,2	338,2	33,5
E021-04m	20	37	447,7	461,1	399,7	88,5	391,7	180,9	431,0	352,6	424,7	43,2
E021-06m	20	36	448,5	181,1	440,7	3,9	448,0	112,0	458,0	204,0	424,4	42,6
E022-04g	21	45	464,2	75,8	450,9	22,7	454,1	12,9	465,8	61,3	457,0	49,8
E022-06m	21	40	504,5	1167,9	498,3	17,5	499,1	707,2	508,0	768,8	493,8	35,5
E023-03g	22	46	831,7	181,1	792,1	51,4	865,8	27,5	796,6	241,5	916,9	37,3
E023-05s	22	43	871,8	156,1	820,7	56,2	823,2	13,1	880,9	140,0	842,4	38,5
E026-08m	25	50	666,1	1468,5	635,5	15,3	645,1	332,0	642,2	604,7	615,9	52,1
E030-03g	29	62	911,2	714,0	840,8	241,2	849,3	275,4	884,7	803,1	864,0	64,1
E030-04s	29	58	819,4	396,4	818,9	172,4	822,2	353,2	873,4	308,5	853,6	58,6
E031-09h	30	63	651,6	268,1	626,4	46,2	625,9	474,6	624,2	180,8	610,2	66,8
E033-03n	32	61	2928,3	1639,1	2739,8	235,4	2807,6	155,0	2799,7	1309,5	3103,1	60,2
E033-04g	32	72	1559,6	3451,6	1466,8	623,8	1494,7	589,4	1504,4	2678,1	1615,0	71,4
E033-05s	32	68	1452,3	2327,4	1367,6	621,0	1467,7	1914,8	1415,4	1466,3	1633,2	59,7
E036-11h	35	63	707,9	2550,3	698,9	12,8	702,7	88,3	698,6	2803,2	697,7	74,0
E041-14h	40	79	920,87	2142,5	868,59	11,8	879,57	2114,3	872,79	1208,6	801,4	75,3
E051-05e	50	99	871,3	1822,3	777,2	614,3	823,5	2921,1	818,7	1438,4	883,0	76,5
E072-04f	71	147	732,1	790,0	604,3	3762,3	623,4	7153,5	641,6	1284,8	641,6	108,2
E076-07s	75	155	1275,2	2370,3	1110,1	5140,0	1168,8	2408,5	1159,7	1704,8	1258,7	114,9
E076-08s	75	146	1277,9	1611,3	1194,2	2233,6	1252,6	1218,9	1245,4	1663,5	1245,6	119,9
E076-10e	75	150	1258,2	6725,6	1158,5	3693,4	1216,2	5566,6	1231,9	3048,2	1361,2	121,9
E076-14s	75	143	1307,1	6619,3	1136,8	1762,8	1193,1	7188,7	1202,0	2876,8	1273,0	105,8
E101-08e	100	193	1570,7	5630,9	1429,6	8619,7	1499,0	6976,3	1457,5	3432,0	1542,1	157,5
E101-10c	100	199	1848,0	4123,7	1611,8	6651,2	1782,8	7157,8	1711,9	3974,8	1816,3	215,2
E101-14s	100	198	1747,5	7127,2	1560,7	10325,8	1675,3	2304,7	1646,4	5864,2	1639,1	183,7
Média			1046,9	2055,6	964,4	1813,3	1003,3	1948,4	1002,0	1481,8	1026,0	80,7

FONTE: O Autor (2011)

As colunas quatro e cinco apresentam os resultados obtidos por Gendreau *et al.* (2006) para o algoritmo com único início, com relação à solução obtida e o tempo de processamento requerido, respectivamente. Já as colunas seguintes apresentam os resultados para os trabalhos de Fuellerer *et al.* (2010), Araújo (2006) e Tarantilis *et al.* (2009). As colunas 12 e 13 referem-se aos resultados obtidos pela abordagem proposta neste trabalho.

A princípio merece destaque o reduzido tempo de processamento requerido pelo método proposto. Tais valores dependem diretamente dos limites de ociosidade configurados antes da execução do algoritmo, podendo ser elevados significativamente caso os limites iniciais não apresentem carregamentos factíveis. Ainda que para algumas instâncias o tempo de processamento tenha sido superior às demais abordagens, destacam-se a velocidade de execução do algoritmo e o poder de generalização da heurística, com tempo médio de processamento muito abaixo das demais abordagens existentes. Com relação às soluções encontradas, pode-se analisar os resultados contidos na tabela 4.11 apresentada a seguir.

TABELA 4.11 - RESULTADOS RELATIVOS PARA O 3L – CVRP - RESTRITO

Instância	N. Clientes	N. Caixas	GEN		FUE		ARA		TAR	
			Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo
E016-03m	15	32	102,8%	23,9%	106,9%	276,9%	106,9%	42,2%	101,1%	397,6%
E016-05m	15	26	96,5%	632,8%	101,0%	33537,0%	101,0%	14,9%	101,0%	465,8%
E021-04m	20	37	94,8%	9,4%	106,2%	48,8%	108,4%	23,9%	98,5%	12,3%
E021-06m	20	36	94,6%	23,5%	96,3%	1093,2%	94,7%	38,1%	92,7%	20,9%
E022-04g	21	45	98,4%	65,8%	101,3%	219,6%	100,6%	387,6%	98,1%	81,3%
E022-06m	21	40	97,9%	3,0%	99,1%	202,6%	98,9%	5,0%	97,2%	4,6%
E023-03g	22	46	110,2%	20,6%	115,7%	72,5%	105,9%	135,7%	115,1%	15,4%
E023-05s	22	43	96,6%	24,6%	102,6%	68,4%	102,3%	292,8%	95,6%	27,5%
E026-08m	25	50	92,5%	3,6%	96,9%	340,8%	95,5%	15,7%	95,9%	8,6%
E030-03g	29	62	94,8%	9,0%	102,8%	26,6%	101,7%	23,3%	97,7%	8,0%
E030-04s	29	58	104,2%	14,8%	104,2%	34,0%	103,8%	16,6%	97,7%	19,0%
E031-09h	30	63	93,7%	24,9%	97,4%	144,5%	97,5%	14,1%	97,8%	36,9%
E033-03n	32	61	106,0%	3,7%	113,3%	25,6%	110,5%	38,9%	110,8%	4,6%
E033-04g	32	72	103,6%	2,1%	110,1%	11,4%	108,1%	12,1%	107,4%	2,7%
E033-05s	32	68	112,5%	2,6%	119,4%	9,6%	111,3%	3,1%	115,4%	4,1%
E036-11h	35	63	98,6%	2,9%	99,8%	577,8%	99,3%	83,8%	99,9%	2,6%
E041-14h	40	79	87,0%	3,5%	92,3%	638,5%	91,1%	3,6%	91,8%	6,2%
E051-05e	50	99	101,3%	4,2%	113,6%	12,5%	107,2%	2,6%	107,9%	5,3%
E072-04f	71	147	87,6%	13,7%	106,2%	2,9%	102,9%	1,5%	100,0%	8,4%
E076-07s	75	155	98,7%	4,8%	113,4%	2,2%	107,7%	4,8%	108,5%	6,7%
E076-08s	75	146	97,5%	7,4%	104,3%	5,4%	99,4%	9,8%	100,0%	7,2%
E076-10e	75	150	108,2%	1,8%	117,5%	3,3%	111,9%	2,2%	110,5%	4,0%
E076-14s	75	143	97,4%	1,6%	112,0%	6,0%	106,7%	1,5%	105,9%	3,7%
E101-08e	100	193	98,2%	2,8%	107,9%	1,8%	102,9%	2,3%	105,8%	4,6%
E101-10c	100	199	98,3%	5,2%	112,7%	3,2%	101,9%	3,0%	106,1%	5,4%
E101-14s	100	198	93,8%	2,6%	105,0%	1,8%	97,8%	8,0%	99,6%	3,1%
Média			98,0%	3,9%	106,4%	4,4%	102,3%	4,1%	102,4%	5,4%

FONTE: O Autor (2011)

Para valores abaixo de 100% houve uma melhoria do método proposto em relação às demais abordagens comparadas. Avaliando-se com relação a média, houve uma melhoria de 2% em relação ao às soluções obtidas por Gendreau *et al.* (2006), contudo o tempo computacional médio foi de apenas 3,9% dos autores (96,1% menor). Convém mais uma vez destacar que a escolha adequada dos limites de ociosidade reduz sensivelmente o tempo de processamento das instâncias. Já com relação ao trabalho de Fuellerer *et al.* (2010), o desempenho foi 6,4% inferior, mas com tempo de processamento médio significativamente menor, com melhoria nas soluções para seis

instâncias. A análise comparativa para os trabalhos de Araújo (2006) e Tarantilis (2009) mostra que os resultados estão bastante próximos, com valores médios ligeiramente inferiores (2,3%) e novamente com sensível redução do tempo de processamento. A figura 4.1 apresenta o gráfico para os dados da tabela 4.11.

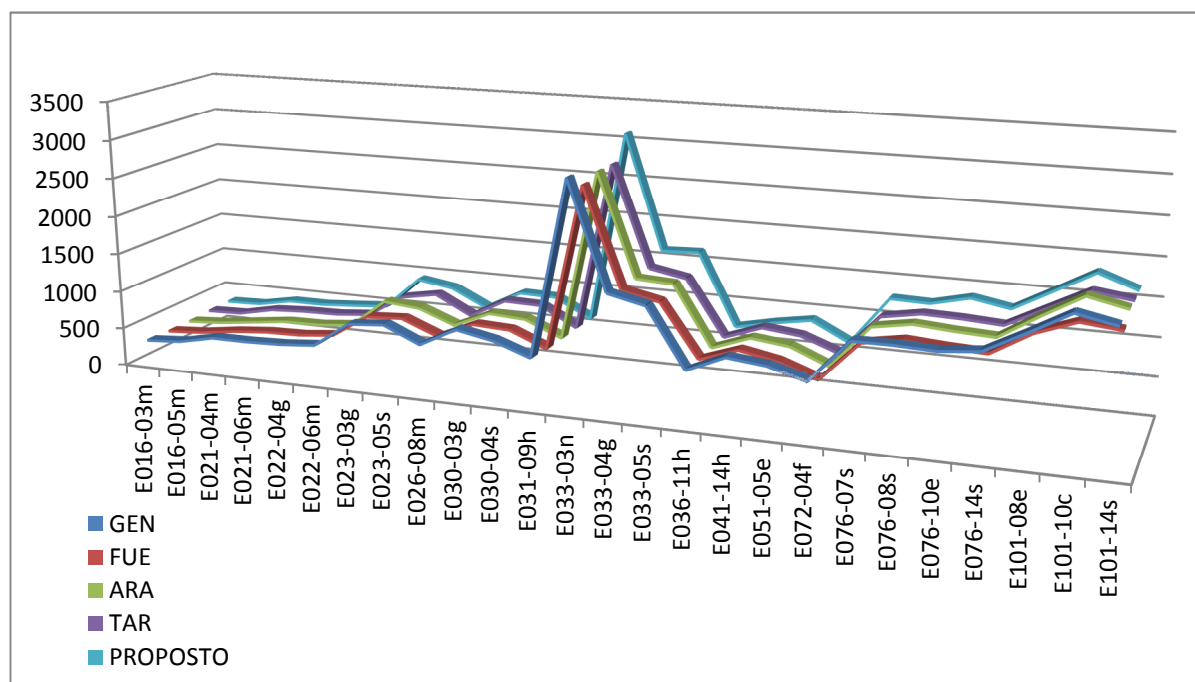


FIGURA 4.1 - ANÁLISE COMPARATIVA PARA O 3L – CVRP RESTRITO
FONTE: O Autor (2011)

Graficamente percebe-se que o desempenho de todos os trabalhos foi equivalente no tocante às soluções das instâncias. Os resultados comparados para a configuração de carregamento sem restrições são apresentados na tabela 4.12. Os trabalhos de Araújo (2006) e Tarantilis (2009) não informam o tempo computacional para a resolução das instâncias com esta configuração de restrições. Destaca-se que o tempo de processamento não apresenta grande variação em relação à configuração restrita, dado que o tempo computacional para a solução do carregamento varia minimamente, estando diretamente relacionado à quantidade de veículos a serem carregados. Neste sentido, a variação do tempo de processamento se deve em grande parte à redução na quantidade de veículos.

TABELA 4.12 - RESULTADOS COMPARADOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO

Instância	N. Clientes	N. Caixas	GEN		FUE		ARA		TAR		PROPOSTO	
			Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo
E016-03m	15	32	297,65	3,4	297,65	1	282,96	-	282,96	-	294,30	25,21
E016-05m	15	26	334,96	0,6	334,96	0,1	334,96	-	334,96	-	294,30	25,63
E021-04m	20	37	362,27	448,1	362,27	16,2	373,92	-	373,92	-	384,95	32,53
E021-06m	20	36	430,88	11,1	430,89	0,5	430,89	-	430,89	-	400,98	34,04
E022-04g	21	45	395,64	0,5	406,5	9,6	407,51	-	407,51	-	444,61	34,54
E022-06m	21	40	495,85	14,7	495,85	1,2	499,08	-	499,08	-	493,81	37,85
E023-03g	22	46	742,23	1,8	732,52	18,1	732,52	-	732,52	-	852,54	32,06
E023-05s	22	43	735,14	104,9	735,14	13,3	702,28	-	702,28	-	796,66	36,56
E026-08m	25	50	630,13	977,8	630,13	3,7	631,09	-	631,09	-	603,16	57,72
E030-03g	29	62	717,9	410,7	711,45	92,6	739,66	-	739,66	-	787,15	49,84
E030-04s	29	58	718,24	208,1	718,25	81,9	712,11	-	712,11	-	779,94	40,41
E031-09h	30	63	614,6	1302,7	612,63	7,5	614,24	-	614,24	-	562,94	57,69
E033-03n	32	61	2316,56	2317,3	2391,77	174,5	2509,12	-	2509,12	-	2840,55	49,94
E033-04g	32	72	1276,6	2121,3	1222,17	425,9	1251,81	-	1251,81	-	1298,63	58,24
E033-05s	32	68	1196,55	2916,4	1182,86	645	1210,69	-	1210,69	-	1341,92	41,46
E036-11h	35	63	698,61	863	698,61	2,8	698,61	-	698,61	-	652,80	55,96
E041-14h	40	79	906,42	753,2	862,18	3,1	864,79	-	864,79	-	704,07	58,93
E051-05e	50	99	680,29	1390,3	671,6	414,4	690,58	-	690,58	-	763,39	70,92
E072-04f	71	147	529	7007,5	515,39	1436,7	539,21	-	539,21	-	595,65	111,54
E076-07s	75	155	1004,4	6262,5	951,87	2105,7	1008,4	-	1008,4	-	1207,93	112,44
E076-08s	75	146	1068,96	2078,7	1030,12	1218,4	1085,64	-	1085,64	-	1173,92	113,89
E076-10e	75	150	1012,51	4314,1	971,05	1231,7	1038,54	-	1038,54	-	1220,25	131,92
E076-14s	75	143	1063,61	1052,5	1057,39	184,7	1071,76	-	1071,76	-	1221,21	114,29
E101-08e	100	193	1371,32	500,9	1207,97	3986,1	1292,02	-	1292,02	-	1437,00	149,47
E101-10c	100	199	1557,12	1075	1453,39	2843,6	1424,92	-	1424,92	-	1508,20	161,91
E101-14s	100	198	1378,52	3983,2	1333,16	2208,3	1388,67	-	1388,67	-	1547,76	161,88
Média			866,77	1543,09	846,84	658,72	866,77	-	866,77	-	931,10	71,42

FONTE: O Autor (2011)

A tabela 4.13 apresenta os resultados em termos relativos. Valores superiores à 100% indicam um desempenho inferior do método proposto em relação às demais abordagens existentes na literatura.

TABELA 4.13 - RESULTADOS RELATIVOS PARA O 3L – CVRP RELAXADO

Instância	N. Clientes	N. Caixas	GEN		FUE		ARA		TAR	
			Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo	Solução Obtida	Tempo
E016-03m	15	32	98,9%	741,5%	98,9%	2521,2%	104,0%	-	104,0%	-
E016-05m	15	26	87,9%	4271,8%	87,9%	25631,0%	87,9%	-	87,9%	-
E021-04m	20	37	106,3%	7,3%	106,3%	200,8%	103,0%	-	103,0%	-
E021-06m	20	36	93,1%	306,7%	93,1%	6808,8%	93,1%	-	93,1%	-
E022-04g	21	45	112,4%	6907,6%	109,4%	359,8%	109,1%	-	109,1%	-
E022-06m	21	40	99,6%	257,5%	99,6%	3154,3%	98,9%	-	98,9%	-
E023-03g	22	46	114,9%	1780,9%	116,4%	177,1%	116,4%	-	116,4%	-
E023-05s	22	43	108,4%	34,8%	108,4%	274,9%	113,4%	-	113,4%	-
E026-08m	25	50	95,7%	5,9%	95,7%	1560,1%	95,6%	-	95,6%	-
E030-03g	29	62	109,6%	12,1%	110,6%	53,8%	106,4%	-	106,4%	-
E030-04s	29	58	108,6%	19,4%	108,6%	49,3%	109,5%	-	109,5%	-
E031-09h	30	63	91,6%	4,4%	91,9%	769,2%	91,6%	-	91,6%	-
E033-03n	32	61	122,6%	2,2%	118,8%	28,6%	113,2%	-	113,2%	-
E033-04g	32	72	101,7%	2,7%	106,3%	13,7%	103,7%	-	103,7%	-
E033-05s	32	68	112,1%	1,4%	113,4%	6,4%	110,8%	-	110,8%	-
E036-11h	35	63	93,4%	6,5%	93,4%	1998,6%	93,4%	-	93,4%	-
E041-14h	40	79	77,7%	7,8%	81,7%	1901,1%	81,4%	-	81,4%	-
E051-05e	50	99	112,2%	5,1%	113,7%	17,1%	110,5%	-	110,5%	-
E072-04f	71	147	112,6%	1,6%	115,6%	7,8%	110,5%	-	110,5%	-
E076-07s	75	155	120,3%	1,8%	126,9%	5,3%	119,8%	-	119,8%	-
E076-08s	75	146	109,8%	5,5%	114,0%	9,3%	108,1%	-	108,1%	-
E076-10e	75	150	120,5%	3,1%	125,7%	10,7%	117,5%	-	117,5%	-
E076-14s	75	143	114,8%	10,9%	115,5%	61,9%	113,9%	-	113,9%	-
E101-08e	100	193	104,8%	29,8%	119,0%	3,7%	111,2%	-	111,2%	-
E101-10c	100	199	96,9%	15,1%	103,8%	5,7%	105,8%	-	105,8%	-
E101-14s	100	198	112,3%	4,1%	116,1%	7,3%	111,5%	-	111,5%	-
Média			107,4%	4,6%	110,0%	10,8%	107,4%	-	107,4%	-

FONTE: O Autor (2011)

Ainda que o tempo de processamento tenha sido muito superior para algumas instâncias, como é o caso das instâncias E016-05m em Fuellerer *et al.* (2010) e E022-04g em Gendreau *et al.* (2006), cujo tempo para obtenção da solução é praticamente instantânea, o tempo médio de processamento foi menor. Com relação às soluções encontradas, destaca-se a instância E041-

14h, com desempenho 23,3% melhor em relação à Gendreau *et al.* (2006), 18,3% em relação à Fuellerer *et al.* (2010) e 18,6% em relação à Araújo (2006) e Tarantilis *et al.* (2009). Ainda que o desempenho para algumas instâncias tenha sido superior, os resultados das instâncias da terceira classe (de 50 a 100 clientes) comprometem o desempenho médio do método proposto, impedindo que os resultados se aproximassem das outras abordagens da literatura. A representação gráfica da tabela 4.13 é apresentada na figura 4.2.

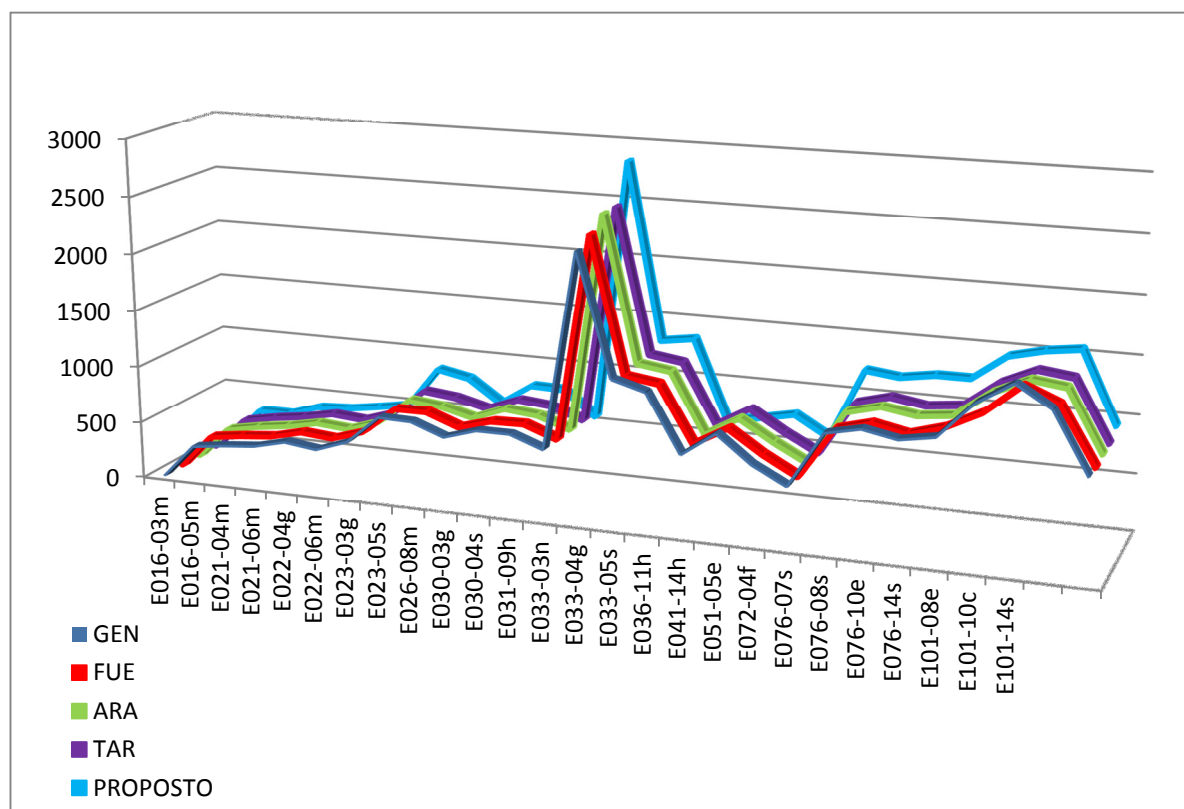


FIGURA 4.2 - ANÁLISE COMPARATIVA PARA O 3L – CVRP RELAXADO
FONTE: O Autor (2011)

Por fim, a comparação da quantidade de veículos necessários para a resolução das instâncias é apresentada na tabela 4.14. Os dados referem-se à configuração de carregamento com todas as restrições inclusas. Os trabalhos de Fuellerer *et al.* (2010) e Tarantilis *et al.* (2009) não apresentam a quantidade necessária de veículos. Isso induz que os autores utilizaram a quantidade nominal de cada instância. Por esse fato, a comparação foi realizada com Gendreau *et al.* (2006) e Araújo (2006).

A heurística proposta apresenta redução da quantidade de veículos para todas as instâncias em relação à Gendreau *et al.* (2006), demandando 29 veículos a menos no total. Com relação à Araújo (2006), o desempenho foi

equivalente, sendo que instâncias E033-03n, E033-04g e E033-05s demandaram um veículo a mais, contudo houve redução de dois veículos para a totalidade das instâncias.

TABELA 4.14 - NÚMERO DE VEÍCULOS PARA O 3L – CVRP RESTRITO

Instância	# Clientes	# Caixas	# Veículos ARA	# Veículos GEN	# Veículos PROPOSTO
E016-03m	15	32	4	5	5
E016-05m	15	26	5	5	5
E021-04m	20	37	5	5	6
E021-06m	20	36	6	6	6
E022-04g	21	45	6	7	6
E022-06m	21	40	6	6	6
E023-03g	22	46	6	6	6
E023-05s	22	43	6	8	6
E026-08m	25	50	8	8	8
E030-03g	29	62	8	10	9
E030-04s	29	58	8	9	8
E031-09h	30	63	9	9	9
E033-03n	32	61	7	9	8
E033-04g	32	72	8	11	9
E033-05s	32	68	8	10	9
E036-11h	35	63	11	11	11
E041-14h	40	94	14	14	11
E051-05e	50	99	11	13	12
E072-04f	71	147	17	20	16
E076-07s	75	155	17	18	17
E076-08s	75	146	19	19	17
E076-10e	75	150	17	18	17
E076-14s	75	143	16	18	16
E101-08e	100	193	22	24	22
E101-10c	100	199	26	28	25
E101-14s	100	198	25	25	23
Total			295	322	293

FONTE: O Autor (2011)

A título de visualização, é apresentada na seqüência a representação gráfica para a solução da primeira instância do 3L – CVRP, considerando todas as restrições operacionais.

4.3.1 Resolução Gráfica da Instância E016 – 03m

A instância E016 – 03m possui 16 pontos, sendo 15 clientes e um depósito, sendo que cada ponto possui uma coordenada cartesiana definida pelos eixos x e y. Os itens demandados são paralelepípedos definidos por três dimensões geométricas: comprimento, altura e largura, além de um peso, totalizando 32 unidades. Cada um dos 15 clientes pode demandar de uma a três caixas. Cada caixa pode assumir qualquer uma das 6 orientações permitidas, salvo observação contrária. Há também uma sinalização sobre a fragilidade das caixas, o que implica que um item não frágil não pode ser carregado sobre um item frágil, entretanto itens frágeis podem ser carregados uns sobre os outros. A tabela 4.15 resume todas as informações da instância, onde a primeira coluna é o ponto, as três colunas seguintes apresentam as coordenadas horizontais, verticais e o peso demandado pelo ponto. A quarta coluna é a quantidade de caixas e as demais representam a altura, largura, comprimento e sinalização de fragilidade, de acordo com a quantidade de caixas demandadas. A dimensão do veículo é de 65 x 25 x 30.

TABELA 4.15 - RESUMO DA INSTÂNCIA E016-03M

Nó	X	Y	Peso	# Caixas	H1	W1	L1	Frágil	H2	W2	L2	Frágil	H3	W3	L3	Frágil
0	30	40	0	0												
1	37	52	7	1	7	5	30	SIM				NÃO				NÃO
2	49	49	30	1	15	8	29	SIM				NÃO				NÃO
3	52	64	16	2	16	15	33	NÃO	6	5	36	NÃO				NÃO
4	20	26	9	1	17	15	15	NÃO				NÃO				NÃO
5	40	30	21	2	15	7	13	NÃO	8	10	15	NÃO				NÃO
6	21	47	15	3	12	14	12	NÃO	6	11	27	NÃO	16	9	20	SIM
7	17	63	19	2	10	7	23	NÃO	10	7	21	SIM				NÃO
8	31	62	23	3	12	14	15	NÃO	7	8	27	NÃO	9	6	31	SIM
9	52	33	11	1	10	7	24	SIM				NÃO				NÃO
10	51	21	5	1	14	12	25	NÃO				NÃO				NÃO
11	42	41	19	3	15	15	31	NÃO	14	13	19	NÃO	10	13	16	NÃO
12	31	32	29	3	9	8	31	NÃO	14	7	21	NÃO	7	7	29	NÃO
13	5	25	23	3	16	11	34	NÃO	17	13	26	NÃO	11	10	28	NÃO
14	12	42	21	3	14	13	27	NÃO	12	11	33	NÃO	8	10	17	NÃO
15	36	16	10	3	18	12	33	NÃO	9	12	23	SIM	9	6	34	SIM

FONTE: Adaptado de Gendreau *et. al.* (2006)

A representação espacial dos pontos da instância é apresentada na figura 4.3. O depósito, representado pelo ponto zero, está destacado na cor verde.

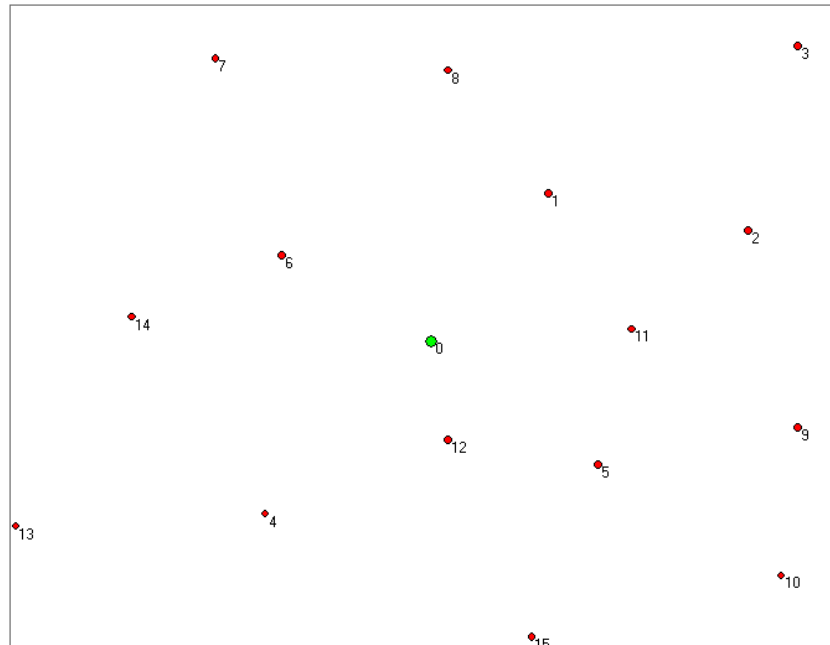


FIGURA 4.3 – REPRESENTAÇÃO CARTESIANA PARA OS PONTOS DA INSTÂNCIA
FONTE: O Autor (2011)

Após a definição da quantidade de veículos, os pontos são agrupados conforme a quantidade. Para esse caso, definiu-se cinco veículos, gerando portanto cinco agrupamentos. A alocação dos pontos para cada agrupamento respeita os limites de ociosidade de carregamento requeridos. Veja figura 4.4.

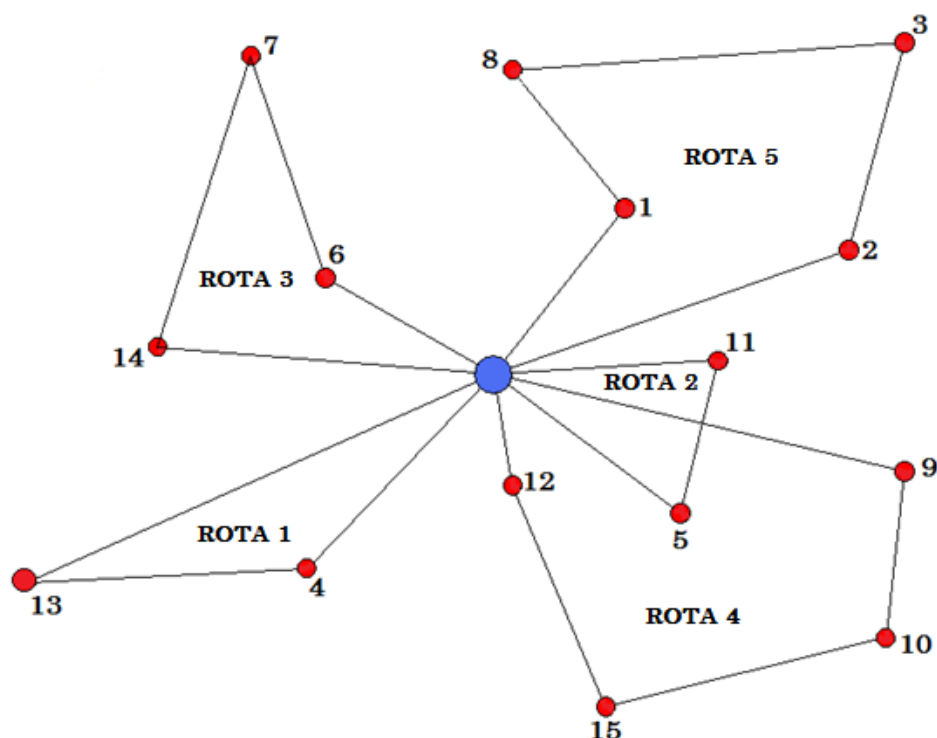






FIGURA 4.4 – ROTAS OBTIDAS
FONTE: O Autor (2011)

Definidas as rotas executa-se o carregamento. Enquanto o carregamento não for factível, ajustam-se os limites de ociosidade, conforme descrito na seção 3.2.3.3. O roteiro apresentado na figura 4.4 foi gerado após os ajustes necessários para viabilizar o carregamento das caixas.

O agrupamento 1, formado pelos pontos 13 e 4, demanda quatro caixas, sendo três caixas do cliente 13 e uma caixa do cliente 4, sendo que nenhuma das caixas é frágil. A figura 4.5, gerada pelo software CargoWiz™, apresenta o carregamento produzido pelo *software* para os itens desse agrupamento. Cada caixa está previamente identificada por uma cor específica e uma nomenclatura, além de suas dimensões geométricas. A prioridade de descrição é o parâmetro que garante o descarregamento conforme a política *LIFO*. Na figura 4.5 se tem três vistas do carregamento produzido, sendo uma superior, uma da lateral direita e outra da lateral esquerda.

Código	Qtd	Prioridade	Descrição	C	L	A
 <i>Cliente 13 Caixa</i>	1	2		28	10	11
 <i>Cliente 13 Caixa</i>	1	2		26	13	17
 <i>Cliente 13 Caixa</i>	1	2		34	11	16
 <i>Cliente 4 Caixa 1</i>	1	1		15	15	17

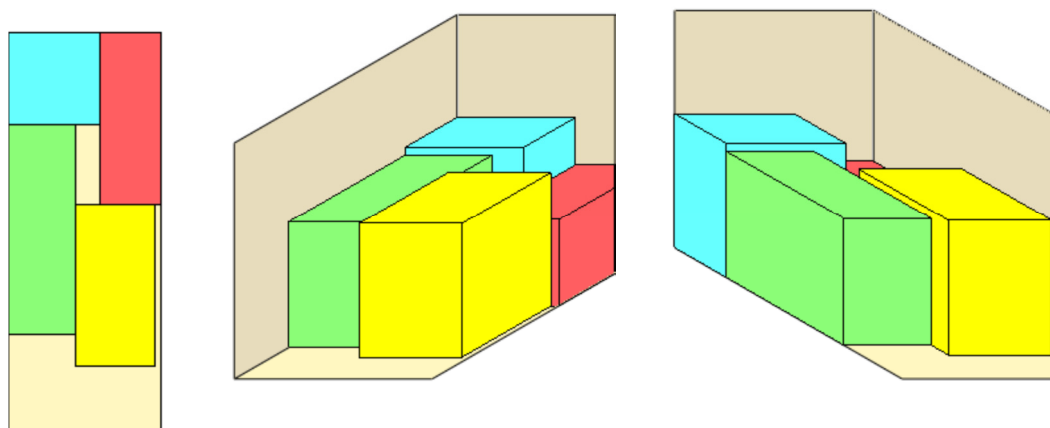


FIGURA 4.5 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 1
 FONTE: O Autor (2011)

A seqüência do descarregamento é apresentada na figura 4.6. Quando o cliente 13 é visitado, a caixa vermelha, a amarela e a verde são descarregadas. A caixa azul é descarregada quando o cliente 4 é visitado pelo veículo. O ponto em azul representa o depósito.

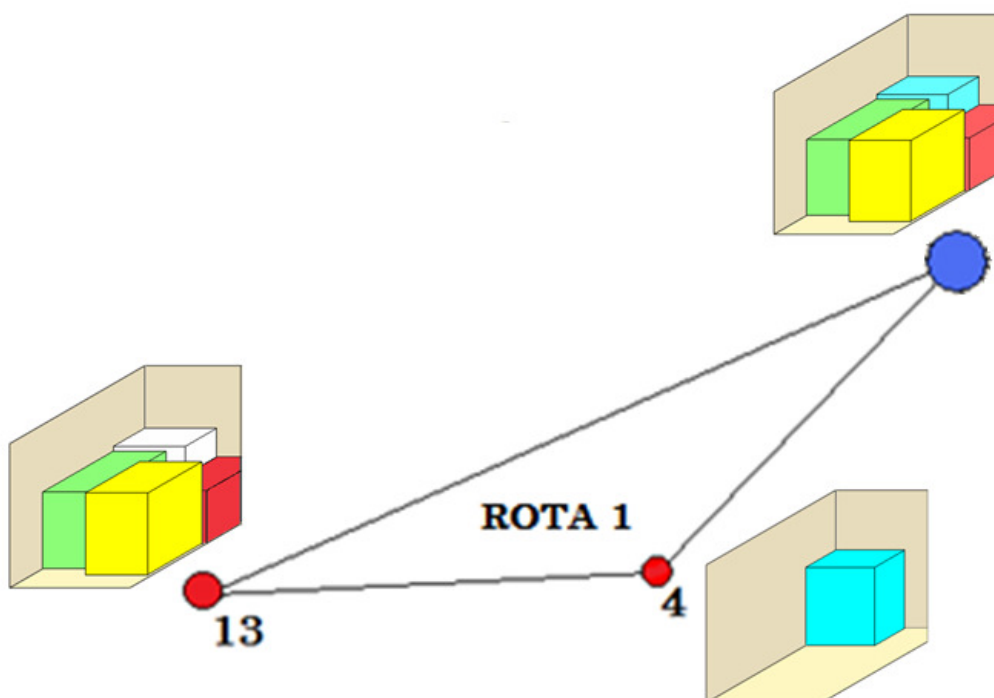


FIGURA 4.6 - SEQUENCIA DE DESCARREGAMENTO PARA A ROTA 1
FONTE: O Autor (2011)

Na sequência são apresentados os demais carregamentos. A figura 4.7 apresenta os dados para o agrupamento 2 e seu respectivo carregamento. As figuras 4.8, 4.9 e 4.10 se referem aos agrupamentos 3, 4 e 5, respectivamente. Convém destacar que a fragilidade das caixas é indicada na descrição das mesmas. Todas as figuras foram geradas pelo *software* CargoWiz™.

<i>Código</i>	<i>Qtd</i>	<i>Prioridade</i>	<i>Descrição</i>	<i>C</i>	<i>L</i>	<i>A</i>
■ <i>Cliente 5 Caixa 2</i>	1	1		15	10	8
■ <i>Cliente 5 Caixa 1</i>	1	1		13	7	15
■ <i>Cliente 11 Caixa</i>	1	2		16	13	10
■ <i>Cliente 11 Caixa</i>	1	2		19	13	14
■ <i>Cliente 11 Caixa</i>	1	2		31	15	15

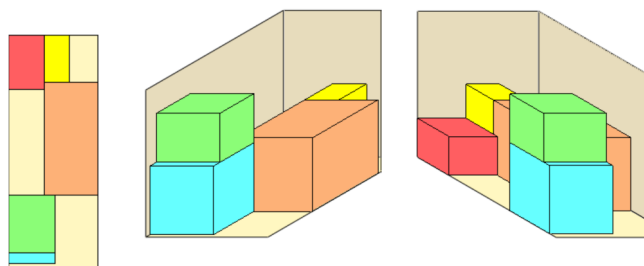










FIGURA 4.7 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 2
FONTE: O Autor (2011)

Código	Qtd	Prioridade	Descrição	C	L	A
 <i>Cliente 14 Caixa</i>	1	1		17	10	8
 <i>Cliente 14 Caixa</i>	1	1		33	11	12
 <i>Cliente 14 Caixa</i>	1	1		27	13	14
 <i>Cliente 7 Caixa 2</i>	1	2	<i>Frágil</i>	21	7	10
 <i>Cliente 7 Caixa 1</i>	1	2		23	7	10
 <i>Cliente 6 Caixa 3</i>	1	3	<i>Frágil</i>	20	9	16
 <i>Cliente 6 Caixa 2</i>	1	3		27	11	6
 <i>Cliente 6 Caixa 1</i>	1	3		12	14	12

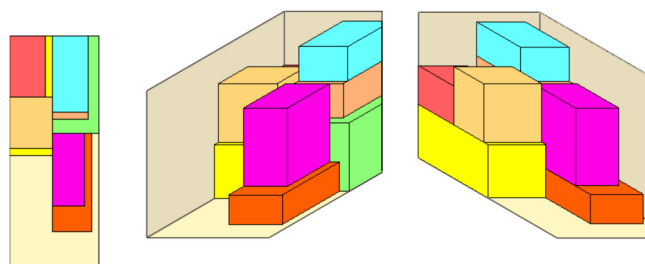










FIGURA 4.8 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 3
FONTE: O Autor (2011)

Código	Qtd	Prioridade	Descrição	C	L	A
 <i>Cliente 9 Caixa 1</i>	1	1	<i>Frágil</i>	24	7	10
 <i>Cliente 10 Caixa</i>	1	2		25	12	14
 <i>Cliente 15 Caixa</i>	1	3	<i>Frágil</i>	34	6	9
 <i>Cliente 15 Caixa</i>	1	3	<i>Frágil</i>	23	12	9
 <i>Cliente 15 Caixa</i>	1	3		33	12	18
 <i>Cliente 12 Caixa</i>	1	4		29	7	7
 <i>Cliente 12 Caixa</i>	1	4		21	7	14
 <i>Cliente 12 Caixa</i>	1	4		31	8	9

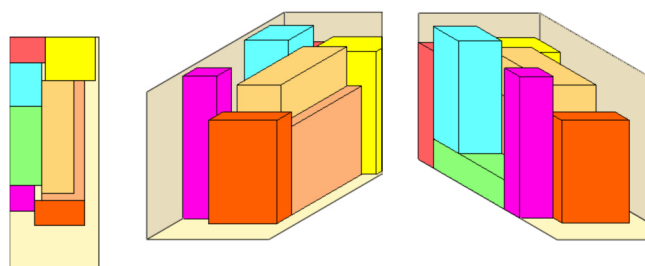









FIGURA 4.9 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 4
FONTE: O Autor (2011)

Código	Qtd	Prioridade	Descrição	C	L	A
 Cliente 1 Caixa 1	1	4	Frágil	30	5	7
 Cliente 8 Caixa 3	1	3	Frágil	31	6	9
 Cliente 8 Caixa 2	1	3		27	8	7
 Cliente 8 Caixa 1	1	3		15	14	12
 Cliente 3 Caixa 2	1	2		36	5	6
 Cliente 3 Caixa 1	1	2		33	15	16
 Cliente 2 Caixa 1	1	1	Frágil	29	8	15

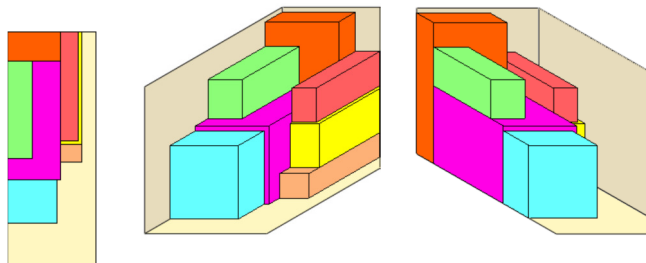


FIGURA 4.10 - CARREGAMENTO PARA A ROTA 5
FONTE: O Autor (2011)

Por fim, tem-se a visualização completa da solução da instância E016-03m, onde cada rota possui seu respectivo carregamento.

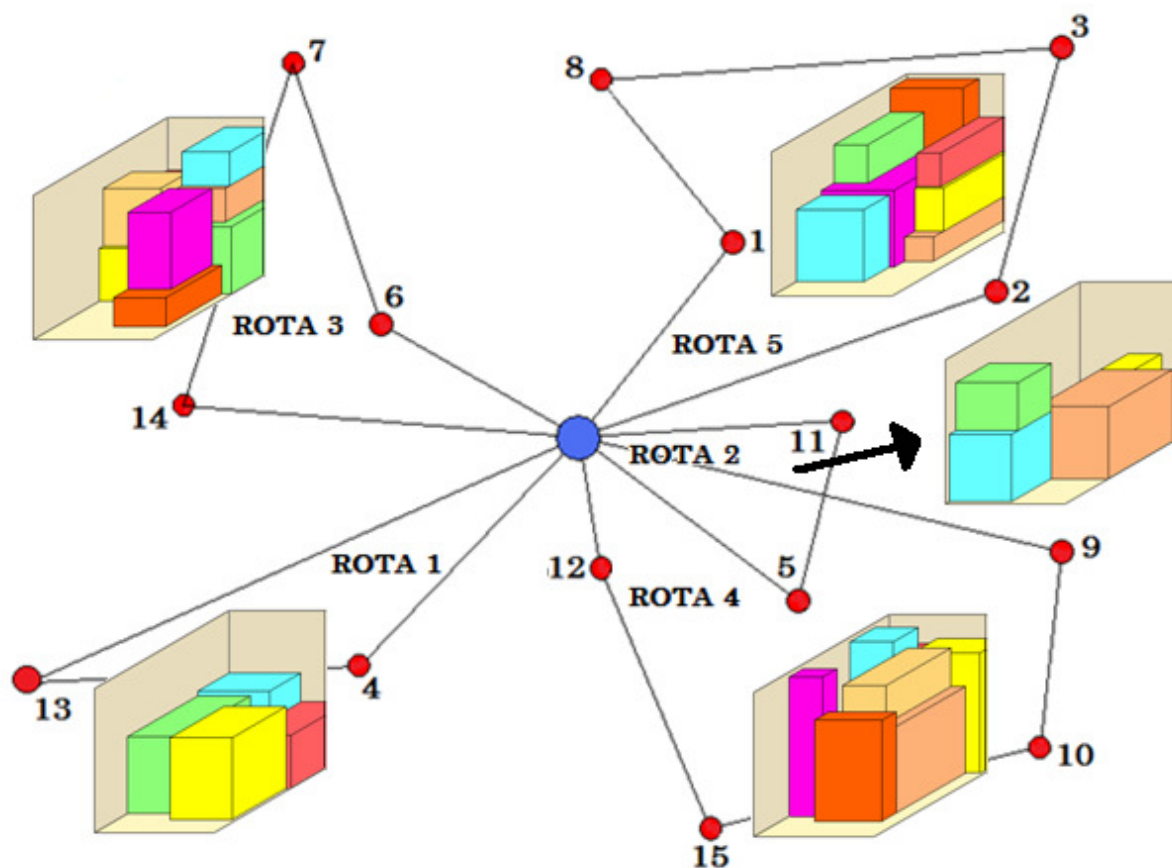


FIGURA 4.11 – RESOLUÇÃO GRÁFICA DA INSTÂNCIA E016-03M
FONTE: O Autor (2011)

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma proposta para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados com restrições tridimensionais de carregamento.

Inicialmente desenvolveu-se uma heurística para a resolução do CVRP, empregando uma estratégia dividida em dois estágios que consiste primeiramente em agrupar os clientes conforme suas demandas para depois definir as rotas para os agrupamentos formados.

Para o primeiro estágio utilizou-se o algoritmo de Teitz e Bart (1968) com um ajuste *a priori* para a definição da quantidade de agrupamento em função da capacidade de carregamento do veículo, e outro ajuste *a posteriori*, que permite a troca de pontos entre rotas para que não haja excesso de carga.

O segundo estágio roteiriza os agrupamentos formados, obtendo uma solução inicial através da heurística de inserção mais econômica com melhoramentos através das trocas 2-opt e 3-opt. Posteriormente a abordagem proposta para a resolução do CVRP foi estendida para considerar restrições de empacotamento tridimensionais. Para tanto, empregou-se um *software* comercial de carregamento de contêineres e foi desenvolvido um mecanismo de interface baseado em limites de ocupação que vão sendo ajustados iterativamente de forma a se obter um carregamento factível.

Os testes computacionais realizados sobre instâncias clássicas da literatura produziram bons resultados para o CVRP, com soluções em média 10% mais custosas em relação às soluções ótimas, porém com significativa redução no tempo de processamento. A avaliação do *software* de carregamento de contêineres foi obtida através de testes para instâncias do CLP, e 3L – BPP, produzindo também bons resultados em comparação com outras abordagens existentes na literatura. Por fim, os testes realizados para as instâncias do 3L – CVRP apresentaram resultados superiores em termos de eficácia em comparação com outras abordagens existentes, com significativa redução no tempo de processamento. Destaca-se ainda a redução na quantidade de veículos para resolução das instâncias com configuração de carga restrita.

A estratégia de integração do CVRP com CLP baseado em limites de ociosidade demonstrou-se eficiente, pois impossibilitou o tráfego de veículos com pouca ocupação ao passo que não permitiu que o volume carregado gerasse carregamentos ineficazes. O correto ajuste desses limites justifica a significativa redução no tempo de processamento das instâncias em comparação com outras abordagens.

5.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

O campo de pesquisa para a integração entre problemas de roteamento e carregamento de veículos embora recente, é bastante vasto. A partir do estágio alcançado pela pesquisa desenvolvida na presente dissertação, algumas extensões são possíveis para sua continuidade:

- Tratar o 3L – CVRP como uma formulação bi-objetivo hierárquica, com foco na minimização de distância em conjunto com a minimização da quantidade de veículos.
- Estender o 3L-CVRP para o caso em que a frota não é homogênea. Tal consideração enseja, além da resolução do problema do roteamento e do carregamento de veículos, o problema da definição do perfil de frota.
- Empregar outras técnicas para o agrupamento dos pontos, como algoritmos genéticos, além outros procedimentos para a resolução do problema do roteamento, gerando diferentes possibilidades para se resolver o 3L - CVRP através de técnicas de programação modular.

REFERÊNCIAS

ACHUTHAN, N.; CACCHETTA, L.; HILL, S. An improved branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. **Transportation Science**, 37, 2003, 153–169.

ARAUJO, O. B. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 185. 2006.

ARAUJO, O. B.; ARMENTANO, V. A. A multi start random constructive heuristic for the container loading problem. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, 27, n. 2, 2007. 311-331.

BELFIORI, P. **Scatter Search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 202. 2006.

BERGER, J.; BARKAOUI, M. A Hybrid Genetic Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem. **Lecture Notes in Computer Science**, 2723, 2003, 646 – 656.

BISCHOFF, E. E.; JANETZ, F.; RATCLIFF, M. S. W. Loading pallets with non-identical itens. **European Journal of Operational Research**, 84, n. 3, Agosto 1995. 681-692.

BISCHOFF, E. E.; RATCLIFF, M. S. W. Issues in the development of approaches to container loading. **Omega**, 4, 1995a. 377-390.

BISCHOFF, E.; MARRIOT, M. D.. A comparative evaluation of heuristics for container loading. **European Journal of Operational Research**, 44, n. 2, Janeiro 1990. 267-276.

BORTFELDT, A.; GEHRING, H. Ein Tabu Search-Verfahren für Containerbeladeprobleme mit schwach heterogenem Kistenvorrat. **OR Spektrum**, 20 (4), 1998, 237-250.

BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. **Transportation Science**, 39, n. 1, 2005a, 104-118.

BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part II: Metaheuristics. **Transportation Science**, 39, 2005b. 119-139.

CAMPOS, D. S. **Integração de problemas de carregamento e roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 121 p. 2008.

CAMPOS, V.; MOTA, E. Heuristic Procedures for the Capacitated Vehicle Routing Problem. **Computational Optimization and Applications**, 16, 2000, 265 – 277.

CECILIO, F. O.; MORABITO, R. Refinamentos na heurística de George e Robinson para o problema do carregamento de caixas dentro de contêineres. **Revista Transportes**, Rio de Janeiro, 12, n. 1, Junho 2004. 32-45.

CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An Analytical Model for the Container Loading Problem. **European Journal of Operational Research**, 80, n. 1, Janeiro 1995. 68-76.

CHEN A.; YANG, G.; WU, Z. Hybrid discrete particle swarm optimization algorithm for capacitated vehicle routing problem. **Journal of Zhejiang University SCIENCE**, 7, 2006, 607–614.

CHRISTOFIDES, N. **Graph Theory: An algorithmic approach**. 1a Edição. ed. New York: Academic Press Inc, 1981.

CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations, **Mathematical Programming**, 20, 1981, 255–282.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. V. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery point. **Operations Research**, 12, 1964. 568-581.

COSTA, D. M. B. **Aplicação de algumas técnicas da pesquisa operacional na otimização de serviços postais**. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1997.

DAVIES, A. P.; BISCHOFF, E. E. Weight distribution considerations in container loading. **European Journal of Operational Research**, 114, 1999. 509-527.

ELEY, M. Solving container loading problems by block arrangement. **European Journal of Operational Research**, 141, n. 2, 2002. 393-409.

FAROE, O.; PSINGER, D.; ZACHARIASEN, M. Guided local search for three-dimensional bin packing problem. **Journal of Computing**, 15, 2003. 267-283.

FEKETE, S. P.; SCHEPERS, J. New classes of fast lower bounds for bin packing problem. **Mathematical Programming**, 91, 2001. 11-31.

FEKETE, S. P.; SCHEPERS, J. A general framework for bounds for higher dimensional orthogonal packing problems. **Mathematical Methods of Operations Research**, 60, 2004. 311-329.

FUELLERER, G.; DOERNER, K.; HARTL, R.; IORI, M. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional. **European Journal of Operational Research**, 201, 2010. 751-759.

FUKASAWA, R.; LYSGAARD, J.; ARAGÃO, M. P.; REIS, M.; UCHOA, E.; WERNECK, R. F. (2006), Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem, **Mathematical Programming**, 106, n. 3, 2006, 491-511.

GEHRING, H.; BORTFELDT, A. A genetic algorithm for solving the container loading problem. **International Transactions in Operations Research**, 4, n. (5-6), 1997. 401-418.

GEHRING, H.; MENSCHENER, K.; MEYER, M. A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers. **European Journal of Operational Research**, 44, n. 2, Janeiro 1990. 277-288.

GENDREAU, M.; IORI, M.; LAPORTE, G.; MARTELLO, S.; A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem. **Transportation Science**, 40, n. 3, Agosto 2006. 342-350.

GEORGE, J. A.; ROBINSON, D. F. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers & Operations Research**, 7, n. 3, Maio 1980. 147-156.

GUIMARÃES, T. A.; SCARPIN, C. T. ; LOCH, G. V. ; STEINER, M. T. A. **Proposta de uma Heurística Híbrida para a Resolução do Problema do Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC)**. SPOLM 2010 - XIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha: A Amazônia Azul e os Desafios da Estratégia Nacional de Defesa, Rio de Janeiro, Anais do SPOLM 2010, 2010.

HAKIMI, S. L. Optimum Distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. **Operations Research**, 13, n.3, 1965, 462 – 475.

HAESSLER, R. W.; TALBOT, F. B. Load Planning for Shipments of Low Density. **European Journal of Operational Research**, 44, 1990. 289-299.

IORI, M.; SALAZAR-GONZÁLES, J. J.; VIGO, D. An exact approach for the vehicle routing problem with two dimensional loading constraints. **Transportation Science**, 40, 2006. 342-350.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.; SEMET, F.; Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 7, n. 4 - 5, p. 285-300, 1999.

LIMA, M. P. Custos Logísticos na Economia Brasileira. **Revista Tecnológica**, São Paulo, p. 64-69, Janeiro 2006.

LIN, S. W.; LEE, Z. J.; YING, K. C.; LEE, C. Y. Applying hybrid meta heuristics for capacitated vehicle routing problem. **Expert Systems with Applications**, v. 36, p. 1505 - 1512, 2009.

LIN, S.; KERNIGHAN, B. W. An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem. **Operations Research**, v. 21, p. 498-516, 1973.

MACK, D.; BORTFELDT, A.; GEHRING, H. A parallel hybrid local search algorithm for the container loading problem. **International Transactions in Operational Research**, Vol. 11, 2004, pp. 511–534.

MARTELLO, S.; PSINGER, D. Exact solution of the two dimensional finite bin packing problem. **Management Science**, 44, 1998. 388-399.

MARTELLO, S.; PSINGER, D.; VIGO, D. The Three-dimensional bin packing problem. **Operations Research**, 48, n. 2, Março-Abril 2000. 256-267.

MORABITO, R.; ARENALES, M. N. Abordagens para o problema do carregamento de contêineres. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, 17, 1997. 29-56.

MOURA, A.; OLIVEIRA, J. F. A GRASP approach to the container loading problem. **IEEE Intelligent Systems**, 20, n. 4, Julho 2005. 50-57.

RODRIGUES NETO, L. L. **Um algoritmo genético para a solução do problema de carregamento de container**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 105. 2005.

PSINGER, D. Heuristics for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, 141, 2002. 143-153.

REIMANN, M.; STUMMER, M.; DOERNER, K. F. **A savings based ant system for the vehicle routing problem**. Genetic and Evolutionary Computation Conference. Morgan Kaufman: Morgan Kaufman. 2002. p. 1317-1325.

ROSENKRANTZ, D. J.; STEARNS, R. E.; LEWIS, P. M. An Analysis of Several Heuristics for the Traveling Salesman Problem. **SIAM Journal on Computing**, v. 6, n. 3, p. 563 - 581, 1977.

SCARPIN, C. T. ; GUIMARÃES, T. A. ; STEINER, M. T. A. **Gerenciamento das Entregas Centralizadas de uma Rede de Loja de Varejos à Luz do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados com Frota Heterogênea**. XLII SPBO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional: Saúde Humana, Saúde Animal e Ecossistema, Bento Gonçalves, Anais do XLII SBPO, 2010.

SILVA, J. L. D. C.; SOMA, N. Y. Um algoritmo polinomial para o problema do empacotamento de contêineres com estabilidade estática de carga. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, 23, n. 1, Janeiro 2003. 79-98.

STEINER, M. T. A.; ZAMBONI, L. V. S.; COSTA, D. M. B.; CARNIERI, C. SILVA, A. C. L. O problema de roteamento no transporte escolar. **Pesquisa Operacional**. 20, 2000, 83-99.

TARANTILIS, C. D.; ZACHARIADIS, E. E.; KIRANOUDIS, C. T. A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the Integrated Vehicle Routing and Three-Dimensional Container-Loading Problem. **IEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, 10, n. 2, Junho 2009. 255-271.

TEITZ, M. B.; BART, P. Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted. **Operations Research**, v. 16, p. 955-961, 1968.

TOTH, P.; VIGO, D. **The vehicle routing problem**. 1. ed. Filadélfia: SIAM - Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.

WANG, F.; TAO, Y.; SHI, N. **A survey on vehicle routing problem with loading constraints**. International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization. Washington DC: IEEE Computer Society. 2009. p. 602-606.

ZHISHUO, L.; E YUETING, C. **Sweep based Multiple Ant Colonies Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problem**, IEEE International Conference on e-Business Engineering (ICEBE'05), 387 – 394, 2005.